ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ «БОГАТОВСКОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ УЧИЛИЩЕ»

РАССМОТРЕНО
На заседании методической комиссии общеобразовательных дисциплин
_____________/Мамзинкова Е.М./
«30» ______08______ 2016 г.

УТВЕРЖДАЮ
Директор ГБПОУ «Богатовское профессиональное училище»
_____________/ А.В. Чугунов/
«30» ______08______ 2016 г.

Методические рекомендации по выполнениюпрактических работ

по учебной дисциплине

ОУД. 03 МАТЕМАТИКА: Алгебра и начала

математического анализа, геометрия

Специальность: 38.01.02 «Агрономия»

с. Богатое,2016

Методические рекомендации по выполнению практических работ предназначены для организации работы на практических занятиях по учебной дисциплине ОУД. 03 МАТЕМАТИКА: Алгебра и начала математического анализа, геометрия, которая является важной составной частью в системе подготовки специалистов среднего профессионального образования.

Методические рекомендации имеют практическую направленность и значимость. Формируемые в процессе практических занятий умения могут быть использованы студентами в будущей профессиональной деятельности.

Методические рекомендации предназначены для студентов средних профессиональных учебных заведений, изучающих учебную дисциплину ОУД. 03 МАТЕМАТИКА: Алгебра и начала математического анализа, геометрия и могут использоваться на учебных занятиях.

Составитель:Федорова А.В.,

ГБПОУ «Богатовское профессиональное училище"

Содержание

Пояснительная записка

Методические рекомендации по выполнению практических работ обеспечивают реализацию рабочей программы по учебной дисциплине. Реализация программы обеспечит компетентность будущих специалистов в данной области как неотъемлемой части их профессионализма в период вступления в самостоятельную жизнь.

Современные требования к учебному процессу ориентируют учителя на проверку знаний, умений и навыков через деятельность учащихся. Практические работы позволяют формировать, развивать, закреплять умения и навыки, получать новые знания. Практическая деятельность на уроке является неотъемлемой частью учебно-познавательного процесса на любом его этапе – при изучении нового материала, повторении, закреплении, обобщении и проверке знаний. В процессе практических занятий вырабатывается способность и готовность использовать теоретические знания на практике, развиваются интеллектуальные умения.

Практические работы проводятся согласно календарно-тематическому планированию, в соответствии с требованиями учебной программы по дисциплине.

Преподаватель заранее информирует учащихся о графике выполнения этих работ.

Оценка за практическую работу выставляется каждому студенту, присутствовавшему на уроке, когда проводилась данная работа.

Практические работы могут проводиться как индивидуально, так и для пары или группы студентов.

Правила выполнения практических работ

1. Обучающийся должен выполнить практическую работу в соответствии с полученным заданием.
2. Каждый обучающийся после выполнения работы должен представить отчет о проделанной работе с анализом полученных результатов и выводом по работе.
3. Отчет о проделанной работе следует выполнять в тетрадях для практических работ.
4. Содержание отчета указано в описании практической работы.
5. Таблицы и рисунки следует выполнять с помощью чертежных инструментов (линейки, циркуля и т. д.) карандашом.
6. Расчет следует проводить с точностью до двух значащих цифр.
7. Если обучающийся не выполнил практическую работу или часть работы, то он может выполнить работу или оставшуюся часть во внеурочное время, согласованное с преподавателем.

Все работы оформляются в специальных тетрадях для практических занятий.

Критерии оценивания практической работы.

Отметка «5» ставится, если ученик:

- работа выполнена полностью;
- в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, которая не является следствием незнания или непонимания учебного материала).

Отметка «4» ставится, если ученик:

- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
- допущены одна ошибка или есть два – три недочёта в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работ не являлись специальным объектом проверки).

Отметка «3» ставится, если ученик:

- допущено более одной ошибки или более двух – трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но учащийся обладает обязательными умениями по проверяемой теме.

Отметка «2» ставится, если ученик:

- допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не обладает обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Перечень практических работ

Практическая работа №1: «Арифметические действия над числами».

Практическая работа №2: «Вычисление и сравнение корней. Выполнение расчетов с радикалами. Решение прикладных задач».

Практическая работа №3: «Решение иррациональных и показательных уравнений. Сравнение степеней и преобразование выражений».

Практическая работа №4: «Нахождение значений логарифма по произвольному основанию. Переход от одного основания к другому».

Практическая работа №5: «Вычисление и сравнение логарифмов. Логарифмирование и потенцирование выражений»

Практическая работа №6: «Решение логарифмических уравнений. Приближенные вычисления и решения прикладных задач».

Практическая работа №7: «Признаки взаимного расположения прямых. Угол между прямыми. Теорема о трех перпендикулярах.»

Практическая работа №8 «Признаки и свойства параллельных и перпендикулярных плоскостей».

Практическая работа №9 «Параллельное проектирование и его свойства. Теорема о площади ортогональной проекции многоугольника».

Практическая работа №10: История развития комбинаторики.

Практическая работа №11: «Векторы. Действия с векторами. Декартова система координат в пространстве».

Практическая работа №12: «Действия с векторами. Использование векторов при доказательстве теорем стереометрии».

Практическая работа № 13: «Радианный метод измерения углов вращения и связь с градусной мерой».

Практическая работа № 14 «Основные тригонометрические тождества, формулы сложения и удвоения».

Практическая работа №15 «Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение».

Практическая работа № 16: «Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства».

Практическая работа № 17 «Обратные тригонометрические функции: арксинус, арккосинус, арктангенс».

Практическая работа № 18: «Определение и исследование функций».

Практическая работа № 19 «Свойства функций. Непрерывные и периодические функции. Свойства и графики синуса, косинуса

Практическая работа №20 «Показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства».

Практическая работа № 21: «Числовая последовательность, способы ее задания, вычисления членов последовательности».

Практическая работа №22: «Уравнение касательной в общем виде. Правила и формулы дифференцирования».

Практическая работа №23: «Интеграл и первообразная. Теорема Ньютона—Лейбница».

Практическая работа №24: «Классическое определение вероятности, свойства вероятностей».

Практическая работа №25: «Теорема о сумме вероятностей. Прикладные задачи. Представление числовых данных».

Практическая работа №26: «Корни уравнений. Основные приемы решения уравнений. Решение систем уравнений».

Практическая работа № 27: «Использование свойств и графиков функций для решения уравнений и неравенств».

ЗАДАНИЯ В ВИДЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №1

«Арифметические действия над числами».

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Арифметические действия над числами»
2. Овладеть практическими навыками выполнения арифметических действий над числами.
3. Закрепить и систематизировать знания по теме.
4. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты, микрокалькуляторы.

Практическая часть

1.Вопросы для подготовки

1.Назвать арифметические действия над числами.

2. Определение наибольшего общего делителя.

3.Определение наименьшего общего кратного.

2. Указания к выполнению.

1. Прочитать соответствующий заданию раздел по учебному пособию «Математика» М.И. Башмаков, главы 1, страницы 5 – 22.

3.**Содержание работы:**

Вариант 1

1.Найти НОД и НОК чисел:

а) 154 и 210

б) 255 и 510

2. Найдите остаток отделения на 3 числа:

а) 1 234 321; б) 55 555 155 555

3. Записать в виде десятичной дроби

а) $\frac{6}{25}$; **б)** $\frac{2}{3}$; **в)** $1\frac{1}{2}$.

Вариант 2

1.Найти НОД и НОК чисел:

а) 120 и 144

б) 105 и 165

2. Найдите остаток отделения на 9 числа:

а) 1 234 567; б) 55 555 155 555

3. Записать в виде десятичной дроби

а) $\frac{7}{20}$; б) $1\frac{3}{8}$; в) $4\frac{8}{25}$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №2.

«Вычисление и сравнение корней. Выполнение расчетов с радикалами. Решение прикладных задач».

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Вычисление и сравнение корней. Выполнение расчетов с радикалами. Решение прикладных задач»
2. Закрепить и проверить теоретические знания в ходе выполнения упражнений, выработать навыки применения теоретических знаний на практике.
3. Обеспечить усвоение понятий корня натуральной степени из числа. Формирование представлений о свойствах корней и действиях с корнями. Формирование умений преобразования корней

4. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты, микрокалькуляторы.

Теоретическая часть.

Если n – натуральное число, m – целое число и частное $\frac{m}{n}$ является целым числом, то при a> 0 справедливо равенство .

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}.$$

Определение. Арифметическим корнем натуральной степени n>=2 из неотрицательного числа a называется неотрицательное число, n- я степень которого равна a.

Корнем n – й степени из действительного числа a (n – натуральное число) называют такое действительное число x, при возведении которого в степень n получается число a. Это число обозначают: x= a n - подкоренное выражение -показатель корня Неотрицательное значение корня n –й степени из неотрицательного числа называется арифметическим корнем. Операция извлечения корня является обратной по отношению к возведению в соответствующую степень. $5^2 = 25$ $10^3 = 1000$ $0{,}3^4 = 0{,}0081$ $\sqrt{25} = 5$ 3 4. Иногда выражение$\sqrt{a}$ называют радикалом от латинского слова radix – «корень».

Корень чётной степени имеет смысл (т.е. определён) только для неотрицательного подкоренного выражения; корень нечётной степени имеет смысл для любого подкоренного выражения.

Свойства корня n-ой степени

(для $n \in N,\ k \in N,\ n > 1,\ k > 1$)

1° $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b}$, где $a \ge 0,\ b \ge 0$

2° $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$, где $a \ge 0,\ b > 0$

3° $\left(\sqrt[n]{a}\right)^k = \sqrt[n]{a^k}$, где $a \ge 0$

4° $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$, где $a \ge 0$

5° $\sqrt[np]{a^{kp}} = \sqrt[n]{a^k}$, где $a \ge 0$

6° $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a|, & n - \text{четно} \\ a, & n - \text{нечетно} \end{cases}$

7° $\sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{a}$, n – нечетно

8° $a^{\frac{k}{n}} = \sqrt[n]{a^k}$, где $a \ge 0$

Для вычисления корней используем таблицу степеней.

Таблица степеней

a^n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049
4	4	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144	1048576
5	5	25	125	625	3125	15625	78125	390625	1953125	9765625
6	6	36	216	1296	7776	46656	279936	1679616	10077696	60466176
7	7	49	343	2401	16807	117649	823543	5764801	40353607	282475249
8	8	64	512	4096	32768	262144	2097152	16777216	134217728	1073741824
9	9	81	729	6561	59049	531441	4782969	43046721	387420489	3486784401
10	10	100	1000	10000	100000	1000000	10000000	100000000	1000000000	10000000000
11	11	121	1331	14641	161051	1771561	19487171	214358881	2357947691	25937424601
12	12	144	1728	20736	248832	2985984	35831808	429981696	5159780352	61917364224

ТРЕНИРОВОЧНАЯ ТАБЛИЦА

Вычислите:

8	$(\sqrt{32})^{\frac{2}{5}}$	$4^{-\frac{3}{2}}$	$64^{\frac{5}{6}}$	$32^{-\frac{3}{5}}$	$(\sqrt{27})^{\frac{2}{3}}$	$32^{\frac{4}{5}}$	$(\sqrt{8})^{\frac{2}{3}}$	$16^{-\frac{3}{4}}$
7	$32^{-\frac{3}{5}}$	$\left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}$	$125^{-\frac{1}{3}}$	$\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{1}{3}}$	$16^{-\frac{1}{4}}$	$\left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{2}}$	$81^{-\frac{1}{4}}$	$\left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}}$
6	$16^{\frac{1}{4}}$	$64^{\frac{1}{2}}$	$8^{\frac{1}{3}}$	$32^{\frac{1}{5}}$	$27^{\frac{1}{3}}$	$81^{\frac{1}{4}}$	$64^{\frac{1}{3}}$	$25^{\frac{1}{2}}$
5	$(\sqrt{7})^2$	$(\sqrt{2})^8$	$(\sqrt{5})^4$	$(\sqrt{2})^{10}$	$(\sqrt{6})^4$	$(\sqrt{2})^6$	$(\sqrt{3})^4$	$(\sqrt{5})^0$
4	$\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$	$\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^{-3}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$	$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$
3	6^{-2}	2^{-4}	3^{-3}	5^{-1}	3^{-4}	2^{-3}	7^{-2}	4^{-1}

2	$\left(\frac{1}{2}\right)^5$	$\left(\frac{2}{3}\right)^3$	$\left(\frac{3}{5}\right)^2$	$\left(\frac{3}{2}\right)^1$	$\left(\frac{4}{3}\right)^3$	$\left(\frac{1}{3}\right)^4$	$\left(\frac{2}{5}\right)^3$	$\left(\frac{3}{4}\right)^2$
1	3^4	4^3	2^4	5^3	2^5	3^3	5^0	2^3
	a	b	c	d	e	f	g	h

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

<u>Вариант 1.</u>

1. Найдите значение выражения: $\sqrt[3]{-27}$.
2. Решите уравнение: $x^4 = -16$.
3. Вычислите: а) $\sqrt[3]{1000\cdot 27\cdot 8}$; б) $\sqrt[4]{\frac{16}{81}}$; в) $\sqrt[5]{0{,}4^5\cdot 5^5}$; г) $\frac{\sqrt[3]{250}}{\sqrt[3]{2}}$.
4. Какое из чисел больше: $\sqrt[7]{128}$ или $\sqrt[5]{4}$?

<u>Вариант 2.</u>

1. Найдите значение выражения: $\sqrt[4]{625}$.
2. Решите уравнение: $x^3 = 125$.
3. Вычислите: а) $\sqrt[3]{64\cdot 125\cdot 729}$; б) $\sqrt[5]{\frac{243}{32}}$; в) $\sqrt[6]{\left(\frac{1}{3}\right)^6\cdot 12^6}$; г) $\frac{\sqrt[4]{20}}{\sqrt[4]{\frac{5}{4}}}$.
4. Какое из чисел больше: $\sqrt[8]{26}$ или $\sqrt[4]{5}$?

<u>Вариант 3.</u>

1. Найдите значение выражения: $\sqrt[7]{-128}$.
2. Решите уравнение: $x^4 = 64$.
3. Вычислите: а) $\sqrt[4]{0{,}0081\cdot 0{,}0016\cdot 625}$; б) $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{4}$; в) $\sqrt[3]{16^3\cdot\left(\frac{1}{8}\right)^3\cdot 0{,}125}$; г) $\frac{\sqrt[4]{112}}{\sqrt[4]{7}}$.
4. Какое из чисел больше: $\sqrt[5]{5}$ или $\sqrt[3]{3}$?

<u>Вариант 4.</u>

1. Найдите значение выражения: $\sqrt[6]{\frac{1}{64}}$.

2. Решите уравнение: $x^5 = -\frac{1}{243}$.
3. Вычислите: а) $\sqrt[4]{16 \cdot 625 \cdot 81}$; б) $\sqrt[3]{192} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{3}}$; в) $\sqrt[4]{27^4 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^4 \cdot (0{,}5)^4}$; г) $\frac{\sqrt[5]{224}}{\sqrt[5]{7}}$.
4. Какое из чисел больше: $\sqrt[3]{7}$ или $\sqrt[6]{50}$?

Вариант 5.

1. Найдите значение выражения: $\sqrt[5]{-32}$.
2. Решите уравнение: $x^4 = 16$.
3. Вычислите: а) $\sqrt[5]{\frac{1}{32} \cdot 100000}$; б) $\sqrt[3]{18} \cdot \sqrt[3]{\frac{3}{2}}$; в) $\sqrt[3]{2^6 \cdot 5^9}$; г) $\frac{\sqrt{200} - \sqrt{8}}{\sqrt{2}}$.
4. Какое из чисел больше: $\sqrt[5]{-11}$ или $\sqrt[5]{-7}$?

Вариант 6.

1. Найдите значение выражения: $\sqrt[4]{\frac{1}{16}}$.
2. Решите уравнение: $x^5 = -32$.
3. Вычислите: а) $\sqrt[5]{0{,}00001 \cdot 32 \cdot 0{,}00243}$; б) $\sqrt[5]{16} \cdot \sqrt[5]{2}$; в) $\sqrt[4]{3^8 \cdot 2^{20}}$; г) $\frac{\sqrt[3]{32} + \sqrt[3]{108}}{\sqrt[3]{4}}$.
4. Какое из чисел больше: $\sqrt[6]{0{,}04}$ или $\sqrt[6]{\frac{1}{26}}$?

Контрольные вопросы:

1. Дать определение арифметического корня и степени с рациональным показателем.
2. Свойства корней.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №3

«Решение иррациональных и показательных уравнений. Сравнение степеней и преобразование выражений».

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Решение показательных уравнений и неравенств».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты, микрокалькуляторы.

ПАМЯТКА

При решении иррациональных уравнений следует учитывать, что:

1) подкоренное выражение корня ***четной*** степени должно быть **неотрицательным** и значение корня неотрицательно;
2) все корни ***нечетной*** степени определены при **любом** действительном значении подкоренного выражения;
3) используются два основных метода – возведение обеих частей уравнения в одну и ту же степень и введение новой переменной;
4) при возведении обеих частей уравнения в четную степень ***возможно*** появление посторонних корней, поэтому проверка является составной частью решения.

УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

ПРИМЕР 1. Решите уравнение $\sqrt{x+16}-x+4=0$.

РЕШЕНИЕ. Уединим радикал и затем возведем обе части в квадрат

$$\left(\sqrt{x+16}\right)^2=(x-4)^2,\quad x+16=x^2-8x+16,$$

$$x^2-9x=0,\quad x_1=0,\ x_2=9.$$

Проверка показывает, что $x_1=0$ – посторонний корень.

ОТВЕТ: 9.

ПРИМЕР 2. Решите уравнение $x^2+3x-18+4\sqrt{x^2+3x-6}=0$.

РЕШЕНИЕ. *Введем новую переменную* $t=\sqrt{x^2+3x-6},\ t\ge 0$. Тогда $x^2+3x=t^2+6$ и уравнение примет вид

$$t^2+6-18+4t=0,\ t^2+4t-12=0,\ t_1=2 \text{ или } t_2=-6 \text{ - не подходит по смыслу.}$$

Далее

$$\sqrt{x^2+3x-6}=2,\ x^2+3x-6=4,\ x^2+3x-10=0,\ x_1=-5,\ x_2=2.$$

ОТВЕТ: - 5; 2.

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Вариант 1.

Решите уравнения:

а) $\sqrt{2x+12}=2x+10$; б) $\sqrt{x+2}+\sqrt{3-x}=3$; в) $\sqrt{4x+9}-\sqrt{11x+1}=\sqrt{7x+4}$.

Вариант 2.

Решите уравнения:

а) $2\sqrt{x+5}=x+2$; б) $\sqrt{3x+1}-\sqrt{x+4}=1$; в) $\sqrt{18-\sqrt[3]{x+10}}=4$.

Вариант 3.

Решите уравнения:

а) $\sqrt{x+5}+1=x$; б) $\sqrt{x+3}+\sqrt{3x-2}=7$; в) $\sqrt{3x+4}+\sqrt{x-4}=2\sqrt{x}$.

Вариант 4.

Решите уравнения:

а) $\sqrt{2x+14}=2x+12$; б) $\sqrt{x+5}-\sqrt{x-3}=2$; в) $\sqrt{x}-\dfrac{4}{\sqrt{2+x}}+\sqrt{2+x}=0$.

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ РАЗДЕЛ

«начальный» уровень:

$5^x > 125$ $0{,}3^x \le 0{,}0081$ $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x = \dfrac{1}{64}$ $6^x = 1$ $\left(\dfrac{3}{4}\right)^x = 1$ $\pi^x = 1$

$2^{2x} < 16$ $0{,}5^{3x} \ge 8$ $0{,}1^{4x} = 10$ $3^{\frac{1}{2}x} = 27$ $4^{0{,}3x} = 64$ $\left(\sqrt{6}\right)^{7x} = 1$

1 уровень:

$8^{-1}\cdot 2^{3x} = 8$ $\sqrt{3}\cdot 3^{3x} = \dfrac{1}{3}$ $27^{-1}\cdot 3^{3x} = \sqrt{3}$ $\sqrt{5}\cdot 5^{2x} = 25^x \cdot \dfrac{1}{25}$

$\dfrac{100}{0{,}1^{2x+3}} = 10^{x-1}$ $0{,}2\cdot 25^{2-x} = \dfrac{1}{5^{2x-2}}$ $32^{x^2-1} = 2^{3x}\cdot 8^{4-x}$ $\dfrac{27^x}{9^{2x}} = \dfrac{3^{4+x}}{81}$

2 уровень:

$4^x - 3 \cdot 4^{x-2} = 52$ $9^x + 3 \cdot 3^x - 18 = 0$

$4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$ $5^x - 7 \cdot 5^{x-2} = 90$

экзаменационный материал:

а) $\begin{cases} \left(\frac{1}{7}\right)^{4x-y} = 49, \\ 5^{9x-y} = \sqrt[4]{5}. \end{cases}$ б) $2 \cdot 3^{x+1} - 3^x = 15$; в) $49^x - 8 \cdot 7^x = -7$;

г) $2^{x^2-3} \cdot 5^{x^2-3} = 0{,}01 \cdot \left(10^{x-1}\right)^3$; д) $9^{x+2} - 26 \cdot 3^{x+1} - 3 = 0$.

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Вариант 1.

1. Постройте в одной координатной плоскости графики функций $y = 2^x, y = 2^x - 1$ *и* $y = 2^{x+2} - 1$.
2. Решите уравнение: а) $8^{-1} \cdot 2^{3x} = 8$; б) $5^x - 7 \cdot 5^{x-2} = 90$; в) $9^x + 3^{x+1} = 18$.
3. Решите неравенство: а) $\left(\frac{1}{9}\right)^x \geq 27$; б) $4^x + 16 > 10 \cdot 2^x$.

Вариант 2.

1. Постройте в одной координатной плоскости графики функций $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x, y = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 2$ *и* $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} + 2$.
2. Решите уравнение: а) $27^{-1} \cdot 3^{3x} = 27$; б) $4^x - 3 \cdot 4^{x-2} = 52$; в) $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$.
3. Решите неравенство: а) $0{,}5^x \leq 2\sqrt{2}$; б) $9^x + 3 \cdot 3^x > 18$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №4

«Нахождение значений логарифма по произвольному основанию. Переход от одного основания к другому».

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

5. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Нахождение значений логарифма по произвольному основанию. Переход от одного основания к другому»
6. Овладеть практическими навыками выполнения арифметических действий над числами.
7. Закрепить и систематизировать знания по теме.

8. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты, микрокалькуляторы.

Теоретическая часть.

Определение: Логарифмом положительного числа b по основанию a (обозначается $\log_a b$) — называется показатель степени, в которую надо возвести a, чтобы получить b, где **b > 0**, **a > 0**, **a≠ 1**.

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b \text{ ; } \log_a a^x = x$$

Примеры.

$$\log_2 8 = 3, \text{ так как } 2^3 = 8;$$
$$\log_7 49 = 2, \text{ так как } 7^2 = 49;$$
$$\log_5 \frac{1}{5} = -1, \text{ так как } 5^{-1} = \frac{1}{5};$$
$$\log_3 \sqrt{3} = \frac{1}{2}, \text{ так как } 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}.$$

Десятичный логарифм — логарифм с основанием 10, который обозначается как $\lg$

$\lg 100 = 2$, $\log_{10} 100 = 2$, так как $10^2 = 100$

Натуральный логарифм — логарифм с основанием e, обозначается $\ln$

Свойства логарифмов.

При $a > 0, b > 0, a \neq 1, b \neq 1, c > 0, c \neq 1$

Основное логарифмическое тождество

$$a^{\log_a b} = b$$

$$8^{2\log_8 3} = (8^{\log_8 3})^2 = 3^2 = 9$$

Логарифм произведения — это сумма логарифмов

$$\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_3 8,1 + \log_3 10 = \log_3(8,1 \cdot 10) = \log_3 81 = 4$$

Логарифм частного — это разность логарифмов

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

$$\frac{9^{\log_5 50}}{9^{\log_5 2}} = 9^{\log_5 50 - \log_5 2} = 9^{\log_5 25} = 9^2 = 81$$

Свойства степени логарифмируемого числа и основания логарифма

Показатель степени логарифмируемого числа $\log_a b^m = m \log_a b$

Показатель степени основания логарифма $\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_a b$

$\log_{a^n} b^m = \frac{m}{n} \log_a b$, в частности если m = n, мы получаем формулу: $\log_{a^n} b^n = \log_a b$,

например: $\log_4 9 = \log_{2^2} 3^2 = \log_2 3$

Переход к новому основанию

$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$, частности, если c = b, то $\log_b b = 1$, и тогда:

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_{0,8} 3 \cdot \log_3 1,25 = \log_{0,8} 3 \cdot \frac{\log_{0,8} 1,25}{\log_{0,8} 3} = \log_{0,8} 1,25 = \log_{\frac{4}{5}} \frac{5}{4} = -1$$

Практическая часть.

Вариант 1

1.Вычислить: $\log_2 \frac{1}{8} + \log_4 64 + \lg 100$

2.Вычислить: $\log_2 4 \cdot \log_3 27 : \log_2 \frac{1}{64}$

3.Вычислить: $\log_2 \log_{\sqrt{7}} 49$

4.Вычислить: $\log_6 2 + \log_6 3$

5.Вычислить: $\log_3 7 - \log_3 \frac{7}{9}$

6.Вычислить: $\log_5 22 - \log_5 11 - \log_5 10$

7.Вычислить: $2^{2\log_2 10}$

8.Вычислить: $2^{2+\log_2 9}$

9.Вычислить: $3\lg 2 - \lg 4$

10.Вычислить: $2\log_7 32 - \log_7 256 - 2\log_7 14$

11.Вычислить: $16^{\log_4 10}$

12.Вычислить: $\frac{\log_7 25}{\log_7 5}$

13.Вычислить: $\frac{1}{2}\log_{\sqrt{21}} 9 + \log_{21} 49$

14.Найти число x по данному логарифму:

$$\log_{\frac{1}{2}} x = \log_{\frac{1}{2}} 19 - \log_{\frac{1}{2}} 38 + \log_{\frac{1}{2}} 3$$

15.Вычислить: $\log_{\frac{1}{2}} 16 \cdot \log_5 \frac{\sqrt[3]{5}}{25} : 3^{\log_3 2}$

16.Упростить: ${}^{\log_6 3}\sqrt{81} + {}^{\log_6 3}\sqrt{27} + {}^{\log_7 3}\sqrt{9}$

Вариант 2

1.Вычислить: $\log_4 \frac{1}{64} + \log_3 81 + \lg 0{,}1$

2. Вычислить: $\log_5 125 : \log_4 16 \cdot \log_{0,5} \frac{1}{32}$

3.Вычислить: $\log_{\frac{1}{27}} \log_5 125$

4.Вычислить: $\log_6 12 + \log_6 3$

5.Вычислить: $\log_2 15 - \log_2 30$

6.Вычислить: $\log_2 5 - \log_2 35 + \log_2 56$

7.Вычислить: $6^{3\log_6 4}$

8.Вычислить: $2^{2+\log_2 9}$

9.Вычислить: $2\lg 5 - \lg 8$

10.Вычислить: $2\log_3 135 - \log_3 20 - 2\log_3 6$

11.Вычислить: $16^{\log_2 3}$

12.Вычислить: $\frac{\log_5 49}{\log_5 7}$

13.Вычтслить: $\frac{1}{2}\log_{\sqrt{30}} 25 + \log_{30} 36$

14.Найти число x по данному логарифму:

$\log_{0,2} x = \log_{0,2} 93 + \log_{0,2} 34 - \log_{0,2} 31$

15.Вычислить: $\log_{\frac{1}{3}} 9 \cdot \log_2 \frac{\sqrt[3]{2}}{8} : 7^{2\log_7 2}$

16.Упростить: $-\log_2 \log_2 \sqrt{\sqrt[4]{2}}$

Вариант 3

1.Вычислить: $\log_3 \frac{1}{27} + \log_2 16 + \lg 0{,}01$

2. Вычислить: $\log_{0,5} 0{,}25 \cdot \log_3 0{,}09 : \log_{\sqrt{7}} 49$

3.Вычислить: $\log_{\frac{1}{5}} \log_2 32$

4.Вычислить: $\lg 25 + \log 4$

5.Вычислить: $\log_{\sqrt{3}} 6 - \log_3 2\sqrt{3}$

6.Вычислить: $\log_5 8 - \log_5 2 + \log_5 \frac{25}{4}$

7.Вычислить: $4^{2\log_4 7}$

8.Вычислить: $3^{3+\log_3 4}$

9.Вычислить: $\log_2 0{,}04 + 2\log_2 5$

10.Вычислить: $\log_2 56 + 2\log_2 12 - \log_2 63$

11.Вычислить: $25^{\log_5 4}$

12.Вычислить: $\frac{\log_4 81}{\log_4 3}$

13.Вычтслить: $\frac{1}{2}\log_{\sqrt{33}} 9 + \log_{33} 121$

14.Найти число х по данному логарифму:

$$\log_{\sqrt{7}} x = 2\log_{\sqrt{7}} 4 - \log_{\sqrt{7}} 2 + \log_{\sqrt{7}} 5$$

15.Вычислить: $\log_3 27 : \log_{\frac{1}{2}} 4 \cdot \log_7 \sqrt[3]{49}$

16.Упростить: $\sqrt{\sqrt[\log_6 5]{25} + \sqrt[\log_8 7]{49}}$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №5.
«Вычисление и сравнение логарифмов».

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Вычисление и сравнение логарифмов»
2. Овладеть практическими навыками выполнения арифметических действий над числами.
3. Закрепить и систематизировать знания по теме.
4. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты, микрокалькуляторы.

Практическая часть.

Ответьте на контрольные вопросы:
а) дайте определение логарифма числа.

б) запишите основное логарифмическое тождество.

в) перечислите основные свойства логарифмов.

Вариант 1

1.Вычислить: $\log_3 \frac{1}{9} + \log_4 16 + \lg 10$

2. Вычислить: $\log_{0,1} 1000 \cdot \log_{\sqrt{3}} 27 : \log_7 \frac{1}{7}$

3.Вычислить: $\log_2 \log_5 \sqrt[8]{5}$

4.Вычислить: $\log_{15} 3 + \log_5 5$

5.Вычислить: $\log_{\sqrt{2}} 7\sqrt{2} - \log_{\sqrt{2}} 14$

6.Вычислить: $\log_2 7 - \log_2 63 + \log_2 36$

7.Вычислить: $5^{-2\log_5 10}$

8.Вычислить: $4^{2+\log_4 7}$

9.Вычислить: $0{,}5\log_2 25 + \log_2 1{,}6$

10.Вычислить: $\log_2 10 - 2\log_2 5 + \log_2 40$

11.Вычислить: $9^{\log_3 100}$

12.Вычислить: $\frac{\log_6 16}{\log_6 2}$

13.Вычтслить: $\log_{36} 16 + \frac{1}{2}\log_{\sqrt{36}} 81$

14.Найти число x по данному логарифму:

$$\log_{\frac{1}{3}} x = \log_{\frac{1}{3}}\frac{7}{9} + \log_{\frac{1}{3}} 21 - 2\log_{\frac{1}{3}} 7$$

15.Вычислить: $\log_6 \frac{1}{6\sqrt{216}} \cdot \log_{0,3} \frac{1}{0,09} \cdot \lg 10\sqrt{0,1}$

16.Упростить: $-\log_3 \log_3 \sqrt[3]{\sqrt[3]{3}}$

Вариант 2

1.Вычислить: $\log_{\frac{1}{2}} 32 + \log_{16} 256 + \lg 100\,0$

2. Вычислить: $\log_{\frac{1}{2}} 4 \cdot \log_{\sqrt{3}} 9 : \log_4 \frac{1}{4}$

3.Вычислить: $\log_{\frac{1}{3}} \log_3 27$

4.Вычислить: $\log_{144} 4 + \log_{144} 3$

5.Вычислить: $\log_3 162 - \log_3 6$

6.Вычислить: $\log_3 72 - \log_3 \frac{16}{27} + \log_3 18$

7.Вычислить: $6^{-3\log_6 4}$

8.Вычислить: $5^{2+\log_5 8}$

9.Вычислить: $0{,}5\log_2 400 + \log_2 1{,}6$

10.Вычислить: $2\log_3 6 - \log_3 8 + \log_3 2$

11.Вычислить: $9^{\log_{81} 4}$

12.Вычислить: $\frac{\log_5 64}{\log_5 4}$

13.Вычтслить: $\log_5 35 - 2\log_{25} 7$

14.Найти число x по данному логарифму:

$\log_{0,5} x = \log_{0,5} 17 - \log_{0,5} 34 + \log_{0,5} 3$

15.Вычислить: $\log_{\frac{1}{2}} 16 \cdot \log_5 \frac{\sqrt[3]{5}}{25} : 3^{\log_3 2}$

16.Упростить: $-\log_4 \log_4 \sqrt[4]{\sqrt[4]{4}}$

Вариант 3

1.Вычислить: $\log_{0,1} 100 + \log_7 7 + \lg 0{,}001$

2. Вычислить: $\log_{\sqrt{3}} \sqrt{3} \cdot \log_7 \sqrt{49} : \log_5 125$

3.Вычислить: $\log_4 \log_3 \sqrt{81}$

4.Вычислить: $\log_{\frac{1}{8}} 4 + \log_{\frac{1}{8}} 2$

5.Вычислить: $\log_2 36 - \log_2 144$

6.Вычислить: $\log_3 135 - \log_3 20 + \log_3 36$

7.Вычислить: $4^{-2\log_4 7}$

8.Вычислить: $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2+\log_{\left(\frac{1}{5}\right)} 8}$

9.Вычислить: $2\log_2 3 + \log_2 \frac{1}{3}$

10.Вычислить: $\log_3 8 - 2\log_3 2 - 2\log_3 \frac{9}{2}$

11.Вычислить: $0{,}04^{\log_{0,2} 3}$

12.Вычислить: $\frac{\log_7 9}{\log_7 27}$

13.Вычтслить: $\log_2 24 - 2\log_4 3$

14.Найти число x по данному логарифму:

$$\log_{\frac{1}{5}} x = \log_{\frac{1}{5}} 63 + \log_{\frac{1}{5}} 4 - \log_{\frac{1}{5}} 21$$

15.Вычислить: $\log_{\frac{1}{3}} 9 \cdot \log_2 \frac{\sqrt[3]{2}}{8} : 7^{2\log_7 2}$

16.Упростить: $\sqrt{\log_6 \sqrt[4]{16} + \log_8 \sqrt[9]{81}}$

Вариант 4

1.Вычислить: $\log_2 \frac{1}{4} + \log_{11} 121 + \lg 100$

2. Вычислить: $\log_3 81 : \log_{0,5} 2 \cdot \log_5 \sqrt{5}$

3.Вычислить: $\log_2 \log_{\sqrt{7}} 49$

4.Вычислить: $\lg 25 + \log 4\,0$

5.Вычислить: $\log_7 98 - \log_7 14$

6.Вычислить: $\log_2 56 + \log_2 144 - \log_2 63$

7.Вычислить: $9^{3\log_9 2}$

8.Вычислить: $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3 + \log_{\left(\frac{1}{3}\right)} 5}$

9.Вычислить: $2\log_5 75 + \log_5 \frac{1}{625}$

10.Вычислить: $2\log_7 32-\log_7 256-2\log_7 14$

11.Вычислить: $2^{\log_4 9}$

12.Вычислить: $\frac{\log_3 4}{\log_3 64}$

13.Вычтслить: $\log_3 63-2\log_9 7$

14.Найти число x по данному логарифму:

$$\log_{\sqrt{15}} x=4\log_{\sqrt{15}} 2-\log_{\sqrt{15}} 6+\log_{\sqrt{15}} 15$$

15.Вычислить: $\log_2 8:\log_{\frac{1}{3}} 9\cdot\log_5 \sqrt[3]{25}$

16.Упростить: $-\log_5 \log_5 \sqrt[5]{\sqrt[5]{5}}$

Вариант 5

1.Вычислить: $\log_{\frac{1}{5}} 125+\log_7 49+\lg 0{,}1$

2. Вычислить: $\log_{0,1} 10\cdot\log_{0,5}\frac{1}{8}:\log_3 \sqrt{9}$

3.Вычислить: $\log_2 \log_{49} 7$

4.Вычислить: $\lg 12{,}5+\log 80$

5.Вычислить: $\log_3 2-\log_3 54$

6.Вычислить: $\log_7 1-\log_7 3{,}5+\log_7\frac{49}{4}$

7.Вычислить: $11^{4\log_{11} 2}$

8.Вычислить: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4+\log_{\left(\frac{1}{2}\right)} 6}$

9.Вычислить: $\log_2 \sqrt{3} + \frac{1}{2}\log_2 \frac{4}{3}$

10.Вычислить: $2\log_2 6 + \log_2 \frac{35}{9} - \log_2 35$

11.Вычислить: $2^{\log_8 125}$

12.Вычислить: $\frac{\log_7 27}{\log_7 81}$

13.Вычтслить: $\frac{1}{2}\log_2 48 - \log_4 3$

14.Найти число x по данному логарифму:

$$\log_{\frac{1}{7}} x = \log_{\frac{1}{7}} \frac{5}{8} + \log_{\frac{1}{7}} 20 - 2\log_{\frac{1}{7}} 5$$

15.Вычислить: $\log_3 \frac{1}{3\sqrt{27}} \cdot \log_{0,6} \frac{1}{0,36} \cdot \lg 100\sqrt{0,01}$

16.Упростить: $\log_6 \sqrt[3]{32} + \log_6 \sqrt[3]{16} + \log_7 \sqrt[3]{8}$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №6.

« Решение логарифмических уравнений. Приближенные вычисления и решения прикладных задач».

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Решение логарифмических уравнений и неравенств».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты, микрокалькуляторы.

Теоретическая часть.

Памятка для решений логарифмических уравнений

$x - выражениес\ переменной,\ a, b - числа$, причем $a > 0, a \neq 1$

1. Уравнение вида $log_a x = b$

Решить равносильное уравнение $x = a^b$;

2. **Уравнение вида** $log_x a = b$

   а) найти ОДЗ: $x > 0, x \neq 1$;

   б) решить уравнение $x^b = a$;

   в) выбрать из корней уравнения $\in ОДЗ$.

3. **Уравнение вида** $log_a b = x$
   Решить уравнение относительно переменной, входящей
   в выражение с переменной.

При решении логарифмических уравнений полезно помнить некоторые **свойства логарифмов**:

$a^{log_a b} = b$ - основное логарифмическое тождество

$log_a 1 = 0$; $\qquad log_a a = 1$;

$log_a(xy) = log_a x + log_a y$; $\qquad log_a \dfrac{x}{y} = log_a x - log_a y$;

$log_a x^n = n \cdot log_a x$; $\qquad log_a \sqrt[n]{x} = \dfrac{log_a x}{n}$;

$log_{a^n} b = \dfrac{1}{n} log_a b$; $\qquad log_a b = \dfrac{1}{log_b a}$;

$log_a b = \dfrac{log_c b}{log_c a}$ - формула перехода к новому основанию

Замечание: $lg\, t -$ десятичный логарифм (по основанию 10)

$ln t -$ натуральный логарифм (по основанию e)

При решении логарифмических уравнений применяются также методы ***логарифмирования*** и ***потенцирования***.

Практическая часть.

Вариант 1.

1. Решите уравнения: а) $log_2(x-15)=4$; б) $lg(2x)+lg(x+3)=lg(12x-4)$;

   в) $lg^2 x+2lg\,x=8$.

2. Решите неравенство: $log_{16}(0{,}6+2x)\geq -0{,}25$.

Вариант 2.

1. Решите уравнения: а) $lg(x^2-2x-4)=\lg 11$; б) $1+log_2(3x+1)=log_2(x^2-5)$;

   в) $4lg^2 x-2=lg\,x^2$.

2. Решите неравенство: $log_{0,8}(3-5x)\geq 0$.

Вариант 3.

1. Решите уравнения: а) $log_4(5x+6)=0$; б) $log_2(4-x)+log_2(1-2x)=2log_2 3$;

   в) $log_5^2 x-log_5 x^2=3$.

2. Решите неравенство: $log_{0,2}(15-2x)\geq -2$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 7.

«Признаки взаимного расположения прямых. Угол между прямыми. Теорема о трех перпендикулярах».

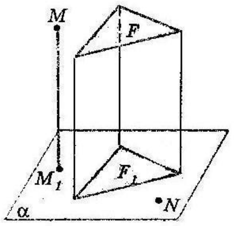
ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Признаки взаимного расположения прямых. Угол между прямыми. Теорема о трех перпендикулярах».
2. Рассмотреть взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, двугранный угол, систематизировать и закрепить эти понятия в ходе решения типовых задач по этой теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

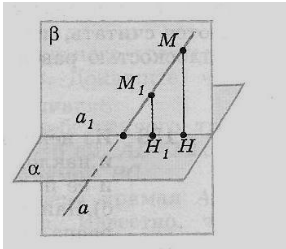
ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты, микрокалькуляторы,линейка, транспортир, карандаш.

Теоретический часть.

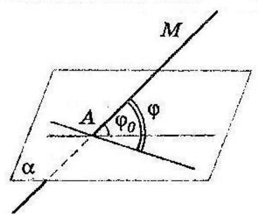
Проекцией точки на плоскость называется основание перпендикуляра, проведённого из этой точки к плоскости, если точка не лежит в плоскости, и сама точка ,если она лежит в плоскости.



Проекцией прямой на плоскость, не перпендикулярную к этой прямой, является прямая.Если данная **прямая параллельна плоскости**, то её проекцией на плоскость является прямая, параллельная данной.



Если прямая перпендикулярна к плоскости, то её проекция на эту плоскость является точка пересечения этой прямой с плоскостью.

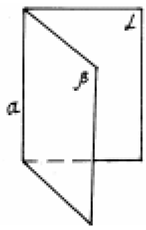


Углом между прямой и плоскостью, пересекающей эту прямую и не перпендикулярной к ней, называется угол между прямой и её проекцией на плоскость.

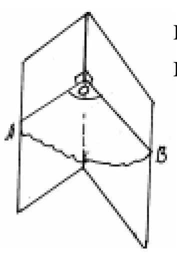
Угол между параллельными прямой и плоскостью равен 0^0 .

Угол между прямой перпендикулярной к плоскости считается равным 90^0.

Двугранным углом называется фигура, образованная прямой а и двумя полуплоскостями с общей границей а, и не принадлежащими одной плоскости.



a - ребро двугранного угла, полуплоскости - грани его.



Угол АОВ - линейный угол двугранного угла. Чтобы его построить, нужно выбрать произвольную точку О на ребре, а лучи ОА и ОВ должны быть перпендикулярны к ребру.

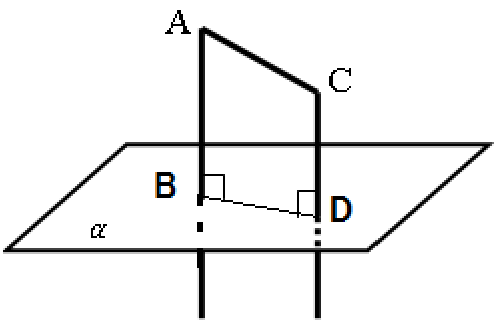
<u>Задача 1</u>

Две прямые образуют прямой угол с плоскостью α. Длина отрезка АВ= 59,5 см , длина отрезка CD= 38,5 см. Найдите длину АС, если BD=20 см.

Свойства перпендикулярности прямой и плоскости.

1. Если плоскость перпендикулярна одной из двух параллельных прямых, то она перпендикулярна и другой.

2. Две прямые, перпендикулярные одной и той же плоскости, параллельны.

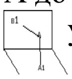


Задача2

Двугранный угол равен 60°. На одной грани двугранного угла дана точка В, расстояние от которой до ребра равно 6 см. Чему равно расстояние от точки В до второй грани двугранного угла?

Задача 3

В двугранном угле, грани которого перпендикулярны, дана точка А. Расстояния от точки А до граней AA_1=3 см и AB_1=4 см. Определите расстояние АВ, до ребра двухгранного

 угла.

Практическая часть.

Вариант 1

на «3»:

1) Найдите длину отрезка, если его проекция на плоскость равна 9 см, а концы отрезка находятся на расстоянии 96,5 см и 56,5 см от плоскости по одну сторону от неё.

на «4»:

2) Двугранный угол равен 45°. На одной грани двугранного угла дана точка B, расстояние от которой до ребра равно 26 см. Чему равно расстояние от точки B до второй грани двугранного угла?

на «5»:

3) В двугранном угле, грани которого перпендикулярны, дана точка А. Расстояния от точки до граней AB=14 см и AC=48 см. Рассчитайте расстояние AD до общей прямой, граней этого угла.

Вариант 2

на «3»:

1) Концы отрезка длиной 17 см находятся на расстоянии 42,5см и 27,5см от плоскости по одну сторону от неё. Найдите длину проекции данного отрезка на эту плоскость.

на «4»:

2) Двугранный угол равен 60°. На одной грани двугранного угла дана точка B, расстояние от которой до ребра равно 20 см. Чему равно расстояние от точки B до второй грани двугранного угла?

на «5»:

3) На одной из граней двугранного угла даны точки A и B, расстояния которых до ребра этого угла соответственно 15 см и 30 см. Расстояние от точки A до второй грани угла 9 см. Рассчитайте расстояние от точки B до второй грани угла.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 8.

«Признаки и свойства параллельных и перпендикулярных плоскостей».

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Признаки и свойства параллельных и перпендикулярных плоскостей».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты, микрокалькуляторы, линейка, карандаш.

Практическая часть.

ВАРИАНТ 1

1) Прямую, перпендикулярную любой прямой в плоскости, называют...

а) наклонной к плоскости;

б) перпендикуляром к плоскости;

в) секущей;

г) лучом.

2) Наклонной к плоскости называют прямую, пересекающую плоскость и ...

а) не пересекающую перпендикуляр;

б) лежащую в ней;

в) не имеющую с ней общих точек;

г) не перпендикулярную ей.

3) Параллельными называют плоскости,...

а) не имеющие общих прямых;

б) у которых одна общая точка;

в) укоторых две общих точки;

г) не имеющие ни одной общей точки.

4) Прямая, проходящая через основания перпендикуляра и наклонной, называется ...

а) секущей;

б) параллельной плоскости;

в) проекцией наклонной на плоскость;

г) перпендикуляром к плоскости.

5) Наклонная перпендикулярна прямой в плоскости, если ...

а) перпендикуляр пересекается с проекцией наклонной на плоскость;

б) проекция наклонной параллельна этой прямой;

в) проекция наклонной перпендикулярна этой прямой;

г) прямая совпадает с проекцией наклонной.

Вариант 2

1) Если из точки вне плоскости провести к ней перпендикуляр и наклонные, то ...

а) перпендикуляр длиннее наклонной;

б) наклонная длиннее перпендикуляра;

в) проекция наклонной короче перпендикуляра;

г) наклонная и ее проекция равны.

2) Прямая параллельна плоскости, если они...

а) пересекают прямую в одной и той же точке;

б) перпендикулярны одной и той же прямой;

в) удалены от данной точки на равные расстояния;

г) пересекают плоскость в одной точке.

3) Углом между наклонной и плоскостью называют...

а) угол между наклонной и перпендикуляром;

б) угол между проекцией и перпендикуляром;

в) угол между наклонной и ее проекцией;

г) угол между наклонной и прямой в плоскости.

4) Через ... проходит единственная плоскость,

а) две точки; б) три параллельные прямые;

в) три попарно пересекающиеся прямые;

г) четыре точки.

5) Прямая пересекает плоскость, если прямая и плоскость . . .

а) не имеют ни одной общей точки;

б) имеют две общие точки;

в) имеют только одну общую точку;

г) имеют три общих точки.

Ключи

№	1	2	3	4	5
1 вариант	б	г	г	в	в
2 вариант	б	б	в	в	в

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №9.

«Параллельное проектирование и его свойства. Теорема о площади ортогональной проекции многоугольника».

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Признаки и свойства параллельных и перпендикулярных плоскостей».
2. Изучение теоремы о площади ортогональной проекции многоугольника.
3. Закрепить и систематизировать знания по теме.
4. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты, микрокалькуляторы, линейка, карандаш.

Практическая часть.

1. Докажите, что площадь проекции треугольника, у которого одна сторона находится в плоскости проекции, равна произведению его площади на косинус угла между плоскостью многоугольника и плоскостью проекции.

2. Докажите теорему для случая, когда решеточным есть треугольник, у которого одна сторона параллельна плоскости проекций.

3. Докажите теорему для случая, когда решеточным есть треугольник, у которого ни одна из сторон не параллельна плоскости проекций.

4. Докажите теорему для любого многоугольника.

Решение задач

1. Найти площадь ортогональной проекции многоугольника, площадь которого равна 50 см2, а угол между плоскостью многоугольника и его проекции - 60°.

2. Найти площадь многоугольника, если площадь ортогональной проекции этого многоугольника равна 50 см2, а угол между плоскостью многоугольника и его проекцией равен 45°.

3. Площадь многоугольника равна 64 см2, а площадь ортогональной проекции - 32 $\sqrt{3}$ см2. Найдите угол между плоскостями многоугольника и его проекции.

4. Или может площадь ортогональной проекции многоугольника равна площади этого многоугольника?

5. Ребро куба равно a. Найти площадь сечения куба плоскостью, проходящей через вершину основания под углом 30° к этой основы и пересекает все боковые ребра. (Ответ. $\frac{2\sqrt{3}a^2}{3}$)

6. Стороны прямоугольника равны 20 и 25 см. Его проекция на плоскость подобна ему. Найти периметр проекции. (Ответ. 72 см или 90 см.)

IV. Подведение итога урока

Вопросы в конце урока.

1) Сформулируйте теорему о площади ортогональной проекции многоугольника.

2) может Ли площадь ортогональной проекции многоугольника быть большей площади многоугольника?

3) Через гипотенузу AB прямоугольного треугольника ABC проведена плоскость α под углом 45° к плоскости треугольника и перпендикуляр CO до плоскости α. AC = 3 см, BC = 4 см. Укажите, какие из приведенных утверждений правильные, а какие - неправильные:

а) угол между плоскостями ABC и α равен углу CMO, где точка H - основание высоты CM треугольника ABC;

б) CO = 2,4 $\sqrt{2}$ см;

в) треугольник АОС является ортогональной проекцией треугольника АВС на плоскость α;

г) площадь треугольника АОВ равна 3 $\sqrt{2}$ см2.

(Ответ. а) Правильное; б) неправильно; в) неправильное; г) правильное.)

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №10.

«История развития комбинаторики».

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «История развития комбинаторики».
2. формирование основных понятий комбинаторики: размещения из m элементов по n, сочетания из m элементов по n, перестановки из n элементов;
3. формирование умений и навыков вычисления значений комбинаторных выражений по формулам, решения простейших комбинаторных задач.
4. Закрепить и систематизировать знания по теме.
5. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты, микрокалькуляторы.

Практическая часть.

Разбор конкретных ситуаций

Задача 1. В некотором учреждении имеются две различные вакантные должности, на каждую из которых претендуют три сотрудника: А, В, С. Сколькими способами из этих трех кандидатов можно выбрать два лица на эти должности?

Задача 2. Для участия в соревнованиях требуется выбрать двоих спортсменов из трех кандидатов: А, В, С. Сколькими способами можно осуществить этот выбор?

Студентам предлагается два проблемных задания: 1) установить различие между этими двумя внешне схожими задачами и 2) предположить, в какой задаче результат будет больше, и почему. После этого предлагается решить эти задачи методом перебора всевозможных вариантов.

Решение задачи 1. АВ, ВА, ВС, СВ, АС, СА (всего шесть способов).

Решение задачи 2. АВ, ВС, АС (всего три способа).

Задача 1. Сколькими способами могут занять I, II, III места 8 участниц финального забега на дистанции 100 м?

Ответ: 366.

Задача 2. Из 30 обучающихся группы надо выбрать старосту и помощника старосты. Сколькими способами это можно сделать?

Ответ: 870.

Задача 3. Сколькими способами можно составить букет из трёх цветков, выбирая цветы из девяти имеющихся?

Ответ: 84.

Задача 4. В группе 7 человек успешно занимаются математикой. Сколькими способами можно выбрать из них двоих для участия в математической олимпиаде?

Ответ:21

Самостоятельная работа

Проверь себя

1.Определите вид соединений:

а) Соединения из *n* элементов, отличающиеся друг от друга только порядком расположения в них элементов, называются __________*перестановки*

б) Соединения из *m* элементов по *n*, отличающихся друг от друга только составом элементов, называются ________________*сочетания*

в) Соединения из *m* элементов по *n*, отличающихся друг от друга составом элементом и порядком их расположения, называются _________ *размещения*

2.Восстановите соответствие типов соединений и формул для их подсчёта

$$A_m^n = \frac{m!}{(m-n)!}$$

А. 1)сочетания

$$P_n = n!$$

В. 2)размещения

$$C_m^n = \frac{m!}{(m-n)!n!}$$

С. 3)перестановки

3. Сколькими способами из класса, где учатся 24 ученика, можно выбрать: а)двух дежурных; б)старосту и помощника старосты?

Ответ: а)276; б)552.

4. «Проказница Мартышка, Осёл, Козёл да косолапый Мишка задумали сыграть квартет». Сколькими способами они могут выбрать каждый для себя по одному инструменту из 10 данных различных инструментов?

Ответ: $A_{10}^{4} = 5040$

Практическая работа №11.

«Векторы. Действия с векторами. Декартова система координат в пространстве».

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

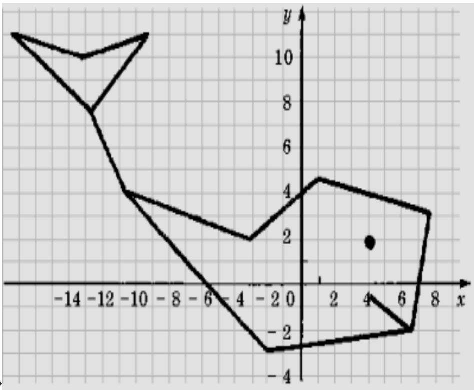
1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Векторы. Действия с векторами. Декартова система координат в пространстве».
2. Напомнить учащимся, как задается прямоугольная система координат на плоскости,
3. Познакомить с декартовыми координатами, заданными в пространстве;
4. формировать умения использовать полученные знания при решении нестандартных задач.
5. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

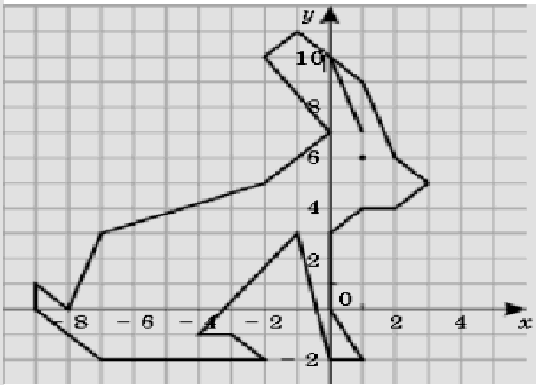
ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты, микрокалькуляторы, раздаточный материал.

Теоретическая часть.

1. Построим следующие точки на прямоугольной системе координат и соединить их линией:

(4; – 0,5),	**(– 9; 11),**	**(– 3; 2),**
(6,5; – 2),	**(– 13; 10),**	**(1; 4,5),**
(– 2; – 3),	**(– 17; 11),**	**(7,5; 3),**
(– 10,5; 4),	**(– 12,5; 7,5),**	**(6,5; – 2);**
(– 12,5; 7,5),	**(– 10,5; 4),**	**глаз: (4; 2).**

«Кит» 

 «Заяц»

(1; 7)	**(– 2; 5)**	**(– 7; – 2)**	**(0; – 2)**	**(2; 4)**
(0; 10)	**(– 7; 3)**	**(– 2; – 2)**	**(1; – 2)**	**(3; 5)**
(– 1; 11)	**(– 8; 0)**	**(– 3; – 1)**	**(0; 0)**	**(2; 6)**
(– 2; 10)	**(– 9; 1)**	**(– 4; – 1)**	**(0; 3)**	**(1; 9)**
(0; 7)	**(– 9; 0)**	**(– 1; 3)**	**(1; 4)**	**(0; 10)**
				Глаз: (1; 6)

Теоретическая часть.

Предлагаю вам таблицу, которую мы с вами заполним, сделав сравнительную характеристику.

На плоскости	**В пространстве**
Определение.	Определение.
2 оси, ОУ- ось ординат, ОХ- ось абсцисс	3 оси, ОХ - ось абсцисс, ОУ – ось ординат, OZ - ось аппликат.
ОХ перпендикулярна ОУ	ОХ перпендикулярна ОУ, ОХ перпендикулярна OZ , ОУ перпендикулярна OZ.
(О;О)	(О;О;О)
(Х; У)	(Х; У; Z)
Расстояние между точками.	Расстояние между точками.

Координаты середины отрезка.	Координаты середины отрезка.

Вопросы для заполнения первой части таблицы.

1. Сформулируйте определение декартовой системы координат?

2. Попробуйте сформулировать определение декартовой системы координат в пространстве?

3. Назовите оси координат на плоскости? Назовите оси координат в пространстве? Название, какой оси мы не изучали? (Знакомство с новым словом *“аппликата”)*

4.Под каким углом располагаются оси координат друг к другу?

5. Назовите координату начала координат на плоскости (в пространстве)?

6. Как задается координата точки на плоскости и в пространстве?

7. По каким формулам находится расстояние между двумя точками на плоскости и в пространстве? (Координаты середины отрезка)

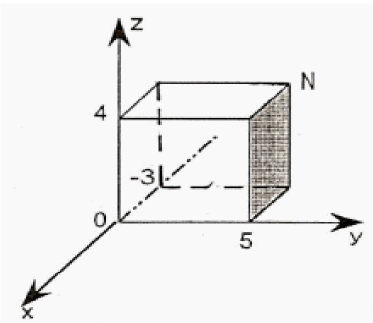
Практическая часть.

1. Заполните таблицу

На оси			В плоскости		
x	y	z	xy	xz	yz
Координаты точек			Координаты точек		

2. ***Задача.*** Постройте в системе координат точку N (-3;5;4).

Решение.



Постройте в системе координат точку M (-3;4;-2).

3. Найдите расстояние между A и B.

1. A(1,2,3) B(-1,0,5)

$$AB = \sqrt{(-1-1)^2 + (0-2)^2 + (5-3)^2} = 2\sqrt{3}$$

1. A(1,2,3) B(x,2,-3)

AB=?

Итоги урока.

Задача. Вычислить координаты середины отрезка AB, если A(2;-1;3) B(1,4,-1)

Вопросы для класса.

1. Что называется прямоугольной системой координат на плоскости?
2. Кто впервые ввел это понятие?
3. Как задается точка на прямоугольной системе координат?
4. Как задаются точки лежащие на координатных прямых?

Практическая работа № 13.

«Радианный метод измерения углов вращения и связь с градусной мерой».

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Радианный метод измерения углов вращения и связь с градусной мерой».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

ОБОРУДОВАНИЕ: таблицы, микрокалькуляторы.

Теоретическая часть.

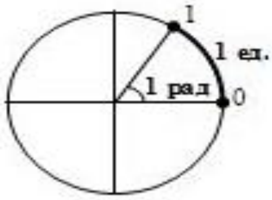
3. Радианная мера углов и дуг

Угол в 1° — это центральный угол, опирающийся на дугу, длина которой составляет $\frac{1}{360}$ части окружности.

Угол поворота — это угол, полученный вращением луча около его начала *O* от начального положения *OA* до конечного положения *OB*.

Угол в 1 радиан — это центральный угол, опирающийся на дугу, длина которой равна радиусу окружности.

$$\boxed{1\,рад \approx 57{,}3° \approx 57°17'45''}$$



(W) Радианная мера угла численно равна пути, который проходит точка по дуге единичной окружности, на которую опирается этот угол:

Для связи радианов и градусов используют развернутый угол:

$$\boxed{\pi\ рад = 180°}$$

$$1° \Rightarrow \frac{\pi}{180} \qquad \pi \Rightarrow 180°$$

(NB)

1. *Говорят: «угол $\frac{\pi}{3}$ радиан» или чаще «угол $\frac{\pi}{3}$ ». Обозначение «радиан» или «рад», как правило, опускают.*
2. *Термин «радианное измерение углов» равносилен термину «числовое измерение углов», т.е. фраза «угол α равен двум радианам» равносильна фразе «угол α равен числу 2» и даже «угол α равен двум». Поэтому вопрос типа «Чему равно $\frac{\pi}{3}$?» некорректен. Нужно спрашивать: «Чему равен угол $\frac{\pi}{3}$?» (60°) или «Чему равно число $\frac{\pi}{3}$?» (≈ 1,05).*

Радианная мера приспособлена для изучения криволинейного (кругового) движения, она существенно упростила многие расчеты и формулы:

длина дуги окружности: $l = \frac{\pi r n}{180}$ $l = \alpha r$;

площадь сектора: $S = \frac{\pi r^2 n}{360}$ $S = \frac{\alpha r^2}{2}$.

Рассмотреть формулы перехода от градусной меры к радианной и наоборот.

Практическая часть.

1. По каким формулам переводят градусную меру угла в радианную и наоборот?

2. Выразите в радианах углы, равные 30°, 45°, 60°, 90°, 180°, 270°, 360°.

3. Выразите в радианах:

1) 1°; 4) 10°; 7) 15°; 10) 30°;

2) 45°; 5) 60°; 8) 70°; 11) 90°;

3) 225°; 6) 240°; 9) 320°; 12) 330°.

4. Переведите из градусной меры в радианную:

1) 120°; 3) 220°; 5) 300°; 7) 765°;

2) 210°; 4) 150°; 6) 315°; 8) 675°.

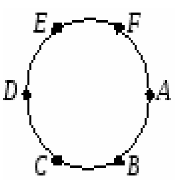
5. Выразите в градусах:

1) ; 4) ; 7) ; 10) ;

2) ; 5) ; 8) 1,5π; 11) 3π;

3) 0,25π; 6) π; 9) $^{-}\pi$; 12) π.

6. Переведите из радианной меры в градусную:



1) ; 3) ; 5) ; 7) ;

2) ; 4) ; 6) ; 8) .

7. Окружность разделена на шесть равных частей. Выразить в градусах и радианах сумму дуг:

1) $\cup AECBF + \cup EAB + \cup DCB$;

2) $\cup AFE + \cup EDC + \cup CD + \cup BD + \cup DCBA$.

8. Угол *A* трапеции *ABCD* (*AD* || *BC*) на 70° меньше угла *B* и на 10° больше угла *D*. Найдите радианную меру каждого из углов трапеции.

Практическая работа № 14.

«Основные тригонометрические тождества, формулы сложения и удвоения».

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать умение применять тригонометрические формулы при преобразовании тригонометрических выражений.
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты; таблицы значений тригонометрических функций некоторых углов; таблицы формул тригонометрии; микрокалькуляторы.

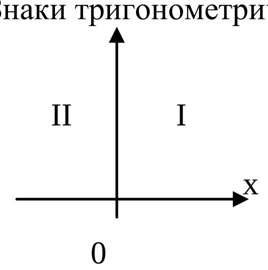
Теоретическая часть.

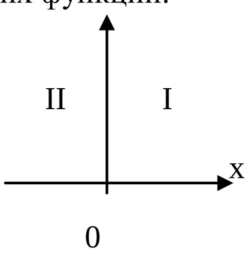
1. Основное тригонометрическое тождество $sin^2\alpha + ... = ...$ выполняется при любых значениях α .
2. Упростите выражения: а) $1 - cos^2\alpha$; б) $(1 - sin\alpha)(1 + sin\alpha)$.
3. Следствием из основного тригонометрического тождества является формула, выражающая $sin\alpha$ через $cos\alpha$: $sin\alpha = ...$
4. Найдите значение тригонометрической функции $cos\alpha$, если известно, что $sin\alpha = \frac{3}{5},\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.
5. Тангенсом угла α называется отношение **...** угла α к его**...**: $tg\alpha = ...$
6. Из определения тангенса и котангенса следует: $tg\alpha ctg\alpha = ...$
7. Соотношение между тангенсом и косинусом одного и того же угла $1 + tg^2\alpha = ...$, когда $cos\alpha ....$
8. Формула $tg\alpha = \frac{sin\alpha}{cos\alpha}$ не имеет смысла при $\alpha = ...$
9. Преобразуйте выражения: а) $tg\alpha cos\alpha$; б) $\frac{sin\alpha}{tg\alpha}$; в) $sin^2\beta - sin^2\beta cos^2\beta$.
10. Упростите: а) $\frac{cos\alpha}{1 + sin\alpha} + \frac{1 + sin\alpha}{cos\alpha}$; б) $\frac{1 + tg^4\alpha}{tg^2\alpha + ctg^2\alpha}$.
11. Докажите тождество: $\frac{ctg\alpha}{tg\alpha + ctg\alpha} = cos^2\alpha$.

Тема: «*Формулы приведения*»

1. Знаки тригонометрических функций:

уу





III IV III IV

знаки синуса знаки тангенса

2. Четность и нечетность тригонометрических функций:
   $sin(-\alpha)=...;$ $cos(-\alpha)=...;$ $tg(-\alpha)=....$
   Вывод: четной функцией является **....**

3. Найдите значения выражений: а) $sin(-30^0)$; б) $cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$; в) $tg\left(-\frac{\pi}{4}\right)$.

4. Тригонометрические функции углов вида $\frac{\pi}{2}\pm\alpha,\ \pi\pm\alpha,\ \frac{3\pi}{2}\pm\alpha,\ 2\pi\pm\alpha$ могут быть выражены через функции угла α с помощью формул приведения:
   $sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=...$; $cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=...$; $tg\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=...$; $ctg\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=...$;
   $sin(180^0+\alpha)=...$; $cos(180^0+\alpha)=...$; $tg(180^0+\alpha)=...$; $ctg(180^0+\alpha)=...$;
   $sin(360^0-\alpha)=...$; $cos(360^0-\alpha)=...$; $tg(360^0-\alpha)=...$; $ctg(360^0-\alpha)=...$;
   $sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=...$; $cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=...$; $tg\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=...$; $ctg\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=....$

5. Вычислите: а) $sin240^0$; б) $tg300^0$; в) $sin\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)tg\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$;
   г) $sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)cos\left(\frac{3\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)tg\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)$; д) $tg\left(\frac{3\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right)sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right)cos\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)$.

Тема: *«Формулы сложения»*

1. Для любых α *и* β справедливы равенства: а) $sin(\alpha+\beta)=sin\alpha\, cos\beta+...$;
   б) $cos(\alpha-\beta)=cos\alpha\, cos\beta+...$; в) $tg(\alpha+\beta)=....$

2. Вычислите: а) $sin75^0$; б) $cos105^0$.

3. Упростите: а) $cos33^0\,cos63^0-sin33^0\,sin63^0$; б) $sin\frac{5\pi}{7}cos\frac{2\pi}{7}+cos\frac{5\pi}{7}sin\frac{2\pi}{7}$;
   в) $sin27^020'\,cos32^040'+cos27^020'\,sin32^040'$; г) $\frac{tg73^0-tg13^0}{1+tg73^0tg13^0}$.

Тема: *«Формулы двойного угла»*

1. $sin2\alpha=2....$
2. $tg2\alpha=\frac{2tg\alpha}{...}$.
3. Упростите: а) $\frac{sin2\alpha}{sin\alpha}$; б) $(sin\alpha-cos\alpha)^2$.
4. Вычислите: а) $2sin75^0\,cos75^0$; б) $sin15^0\,cos15^0$; в) $\frac{1-ctg^215^0}{2ctg15^0}$.

Тема: *«Формулы суммы и разности тригонометрических функций»*

1. Формула суммы синусов двух углов: $sin\alpha + sin\beta = 2\ldots$.
2. Формула разности косинусов двух углов: $cos\alpha - cos\beta = 2\ldots$.
3. Формула суммы тангенсов двух углов: $tg\alpha + tg\beta = \dfrac{\ldots}{cos\alpha\, cos\beta}$.
4. Преобразуйте в произведения: а) $sin15\alpha + sin3\alpha$; б) $cos27\alpha + cos17\alpha$; в) $cos5^0 - cos15^0$; г) $sin^2 43^0 - sin^2 13^0$.
5. Упростите: а) $\dfrac{sin7\alpha + sin\alpha}{cos7\alpha + cos\alpha}$; б) $\dfrac{cos4\alpha + cos6\alpha}{cos\alpha + cos9\alpha}$; в) $tg3\alpha - tg\alpha$.
6. Докажите тождества: а) $\dfrac{sin56^0 + sin14^0}{cos56^0 + cos14^0} = ctg55^0$;

   б) $\dfrac{sin3\alpha + sin7\alpha}{cos3\alpha + cos7\alpha} = ctg\left(\dfrac{\pi}{2} - 5\alpha\right)$.
7. Докажите, что $sin20^0 + sin40^0 - cos10^0 = 0$.

Практическая часть.

Вариант 1

1. Дано: $cos\alpha = -0{,}6$; $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Найдите:

а) $sin\alpha$; б) $sin2\alpha$; в) $tg\left(\dfrac{\pi}{4} + \alpha\right)$.

2. При всех допустимых значениях α докажите тождество $\dfrac{cos\alpha - cos5\alpha}{sin5\alpha + sin\alpha} = tg2\alpha$.

Вариант 2

1. Упростите выражение $\dfrac{2\,sin(\pi - \alpha)cos\alpha}{cos(\pi + \alpha)sin^3\left(\dfrac{3\pi}{2} + \alpha\right) - sin(\pi - \alpha)cos^3\left(\dfrac{3\pi}{2} + \alpha\right)}$.
2. Докажите тождества:

   а) $\dfrac{1 - cos2t + sin2t}{1 + sin2t + cos2t} = tgt$; б) $cos\left(\dfrac{\pi}{3} + \alpha\right) + cos\left(\dfrac{\pi}{3} - \alpha\right) = cos\alpha$.

Вариант 3

1. Дано: $sin\alpha = 0{,}8$; $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Найдите:

   а) $cos\alpha$; б) $sin2\alpha$; в) $tg\left(\dfrac{\pi}{4} - \alpha\right)$.

2. При всех допустимых значениях α докажите тождество $\dfrac{sin3\alpha - sin\alpha}{cos3\alpha + cos\alpha} = tg\alpha$.

Вариант 4

1. Упростите выражение $\dfrac{cos\left(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha\right)sin^3(\pi-\alpha)-cos(\pi+\alpha)sin^3\left(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha\right)}{2\,sin\alpha\,cos(2\pi-\alpha)}$.
2. Докажите тождества:

   а) $\dfrac{1+cos\,2t-sin\,2t}{1+sin\,2t+cos\,2t}=tg\left(\dfrac{\pi}{4}-t\right)$;   б) $sin\left(\dfrac{\pi}{6}+\alpha\right)=cos\,\alpha+cos\left(\alpha-\dfrac{2\pi}{3}\right)$.

Вариант 5

1. Вычислите $sin(\alpha+\beta)$, если $cos\,\alpha=-\dfrac{8}{17}$, $cos\,\beta=\dfrac{4}{5}$, $\pi<\alpha<\dfrac{3\pi}{2}<\beta<2\pi$.
2. При всех допустимых значениях α упростите выражение:

   а) $1+cos\,2\alpha-2\,sin^2\alpha$;   б) $\dfrac{2\,sin^2\alpha}{1+cos(\pi-2\alpha)}-sin^2\alpha$.

Вариант 6

1. Найдите $tg(\alpha+\beta)$, если $tg\alpha=\dfrac{3}{4}$, $cos\,\beta=\dfrac{3}{5}$, $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$, $0<\beta<\dfrac{\pi}{2}$.
2. Упростите выражение при всех допустимых значениях α:

   а) $\dfrac{2\,cos\,\alpha-sin\,2\alpha}{sin^2\alpha-sin\alpha+cos^2\alpha}$;   б) $\dfrac{2\,cos^2\alpha}{1-sin(1{,}5\pi+2\alpha)}-cos^2\alpha$.

Вариант 7

1. Вычислите $sin(\alpha+\beta)$, если $sin\alpha=\dfrac{12}{13}$, $cos\,\beta=-\dfrac{3}{5}$, $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$, $\pi<\beta<\dfrac{3\pi}{2}$.

2. При всех допустимых значениях α упростите выражение:

а) $\dfrac{2\,sin\alpha-sin\,2\alpha}{cos\,\alpha-cos^2\alpha-sin^2\alpha}$;   б) $\dfrac{cos(2\pi-2\alpha)}{ctg^2\alpha-1}-sin^2\alpha$.

Практическая работа №15.

«Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение».

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение».
2. формировать умения использовать полученные знания при решении нестандартных задач.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты; таблицы значений тригонометрических функций некоторых углов; таблицы формул тригонометрии; микрокалькуляторы.

Теоретическая часть.

Преобразовать в произведение $\frac{\sin 7x - \sin 5x}{\sin 7x + \sin 5x}$

Решение. Применяя формулы суммы и разности синусов, получим

$$\frac{\sin 7x - \sin 5x}{\sin 7x + \sin 5x} = \frac{2\sin\frac{7x-5x}{2}\cdot\cos\frac{7x+5x}{2}}{2\sin\frac{7x+5x}{2}\cdot\cos\frac{7x-5x}{2}} = \frac{\sin x\cos 6x}{\sin 6x\cos x} = tgx ctg\, 6x.$$

Преобразовать в произведение $\sin(45^\circ + x) - \sin(45^\circ - x)$.

Решение. Сначала найдем сумму и разность аргументов:

$$(45^\circ + x) + (45^\circ - x) = 45^\circ + x + 45^\circ - x = 90^\circ$$

$$(45^\circ + x) - (45^\circ - x) = 45^\circ + x - 45^\circ + x = 2x$$

Используя формулу разности синусов, находим

$$\sin(45^\circ + x) - \sin(45^\circ - x) = 2 sinx cos 45^\circ = 2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\sin x = \sqrt{2}\sin x.$$

Преобразовать в произведение $1 + 2\cos x$.

Решение. Вынесем за скобки множитель 2, а за тем представим $\frac{1}{2}$ как $\cos 60^\circ$:

$$1 + 2\cos x = 2\left(\frac{1}{2} + cosx\right) = 2(\cos 60^\circ + cosx).$$

Применяя формулу суммы косинусов, получим

$$2(\cos 60^\circ + cosx) = 2\cdot 2\cos\frac{60^\circ + x}{2}\cos\frac{60^\circ - x}{2} = 4\cos\left(30^\circ + \frac{x}{2}\right)\cos\left(30^\circ - \frac{x}{2}\right).$$

Доказать тождество $\sin^2 5x - \sin^2 3x = \sin 8x \sin 2x$.

Решение. Находим $\sin^2 5x - \sin^2 3x = \frac{1-\cos 10x}{2} - \frac{1-\cos 6x}{2} = \frac{2\sin 8x\cos 2x}{2} = \sin 8x \sin 2x$

Практическая часть.

Вариант 1

Вычислите:

1. $\sin 60^{\circ}+\sin 40^{\circ}$;
2. $\cos\frac{5\pi}{12}-\cos\frac{\pi}{12}$;

Преобразуйте в произведение:

3. $\frac{1}{2}+cosx$;
4. $\frac{\sin 75^{\circ}+\sin 15^{\circ}}{\sin 75^{\circ}-\sin 15^{\circ}}$

Докажите тождество:

5. $\frac{\sin x+\sin 3x}{\cos x+\cos 3x}=tg2x$

Вариант 2

Вычислите:

1. $\cos 10^{\circ}+\cos 40^{\circ}$;
2. $\sin\frac{\pi}{12}+\sin\frac{7\pi}{12}$;

Преобразуйте в произведение:

3. $1-2\sin x$;
4. $\frac{\cos 6x-cos4x}{\cos 6x+cos4x}$

Докажите тождество:

5. $\frac{\sin x-\sin y}{\cos x-\cos y}=-ctg\frac{x+y}{2}$.

Практическая работа № 16.

«Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства».

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства».

2. Закрепить навыки определения типов тригонометрических уравнений (простейшее, квадратное относительно , однородное относительно и , уравнение, решаемое разложением на множители левой части).
3. Усвоить алгоритмы решения основных типов тригонометрических уравнений.
4. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

ОБОРУДОВАНИЕ: карты индивидуальных заданий, таблицы значений тригонометрических функций некоторых углов, таблицы частных случаев решения простейших тригонометрических уравнений, таблицы формул тригонометрии, микрокалькуляторы.

Теоретическая часть.

ПРИМЕР 1. Вычислите: $2arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)+arccos\left(-\frac{1}{2}\right)+arcctg1$.

РЕШЕНИЕ.

$$2arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)+arccos\left(-\frac{1}{2}\right)+arcctg1=$$

$$=-2arcsin\frac{1}{2}+\left(\pi-arccos\frac{1}{2}\right)+arctg1=-2\cdot\frac{\pi}{6}+\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)+\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{3}+\frac{2\pi}{3}+\frac{\pi}{4}=\frac{7\pi}{12}.$$

Вычислите: а) $sin\left(arcsin\frac{1}{2}\right)$; б) $cos(arctg1)$; в) $3arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}+arctg(-1)$; г) $2arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+arctg\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

ПРИМЕР 2. Решите уравнение: $sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=-1$.

РЕШЕНИЕ.

По формуле частного случая:
$\frac{\pi}{4}-x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ -x=-\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ -x=-\frac{3\pi}{4}+2\pi n,\ x=\frac{3\pi}{4}-2\pi n,\ n\in Z$.

ПРИМЕР 3. Решите уравнение: $2cos3x=-\sqrt{2}$.

РЕШЕНИЕ.

Разделим левую и правую части уравнения на 2: $cos3x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

По формуле $t=\pm arccos a+2\pi n$ получаем:
$3x=\pm arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+2\pi n,\ 3x=\pm\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)+2\pi n,\ 3x=\pm\frac{3\pi}{4}+2\pi n$.

Разделим левую и правую части уравнения на 3: $x=\pm\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi n}{3},\ n\in Z$.

ПРИМЕР 4. Решите уравнение: $3tg\frac{5}{3}x-1=0$.

РЕШЕНИЕ.

Выразим $tg\frac{5}{3}x$: $3tg\frac{5}{3}x=1$, $tg\frac{5}{3}x=\frac{1}{3}$.

По формуле $t=arctga+\pi n$ получаем: $\frac{5}{3}x=arctg\frac{1}{3}+\pi n$.

Разделим левую и правую части уравнения на $\frac{5}{3}$: $x=\frac{3}{5}arctg\frac{1}{3}+\frac{3\pi n}{5}$, $n\in Z$.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ.

Решите уравнения: а) $2sin3x=-1$; б) $-2cos\left(-\frac{x}{2}\right)=1$; в) $\sqrt{3}tg\left(x+\frac{\pi}{6}\right)-1=0$.

Практическая часть.

Вариант 1

1. Вычислите: $arcsin\frac{1}{2}+arctg\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)+3arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$.
2. Решите уравнения: а) $sin\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=0$; б) $cos3x=\frac{\sqrt{3}}{2}$; в) $tg\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=3$.

Вариант 2

1. Вычислите: $arcctg\left(-\sqrt{3}\right)-arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)+0{,}83arccos1$.
2. Решите уравнения: а) $sin2x=\frac{1}{2}$; б) $cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=1$; в) $tg\left(\frac{\pi}{6}-x\right)=-2$.

Вариант 3

1. Вычислите: $sin\left(arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.
2. Решите уравнения: а) $sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=1$; б) $cos3x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$; в) $tg2x=-\sqrt{3}$.

Вариант 4

1. Вычислите: $cos\left(arccos\frac{1}{2}\right)$.
2. Решите уравнения: а) $sin\frac{x}{2}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $cos\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{2}$; в) $tg\left(2x-\frac{\pi}{10}\right)=0$.

Вариант 5

1. Вычислите: $tg\left(arctg\sqrt{3}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $2sin2x=-1$; б) $cos\frac{x}{4}=\frac{4}{5}$; в) $tg\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Вариант 6

1. Вычислите: $ctg\left(arctg\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $sin x=\frac{3}{5}$; б) $cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=-1$; в) $3tg\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)=-\sqrt{3}$.

Вариант 7

1. Вычислите: $sin\left(arccos\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $2sin x=-\sqrt{2}$; б) $cos(1-x)=\frac{1}{2}$; в) $tg\frac{x}{2}=-\sqrt{3}$.

Вариант 8

1. Вычислите: $tg\left(arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $2sin\frac{x}{2}=\sqrt{3}$; б) $cos4x=-0{,}25$; в) $tg\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=-1$.

Вариант 9

1. Вычислите: $arccos\left(sin\frac{5\pi}{6}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $sin\left(3-\frac{x}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $cos\left(5x-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{2}$; в) $tg2x=-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Вариант 10

1. Вычислите: $arctg\left(ctg\frac{3\pi}{4}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\sqrt{2}cos(4+x)=-1$; в) $tg\left(-\frac{x}{2}\right)=1$.

Практическая работа № 17.

«Обратные тригонометрические функции: арксинус, арккосинус, арктангенс».

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: Обратные тригонометрические функции: арксинус, арккосинус, арктангенс».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

ОБОРУДОВАНИЕ: карты индивидуальных заданий, таблицы значений тригонометрических функций некоторых углов, таблицы частных случаев решения простейших тригонометрических уравнений, таблицы формул тригонометрии, микрокалькуляторы.

Теоретическая часть.

568. 1) $\arccos 0 = \frac{\pi}{2}$; 2) $\arccos 1 = 0$;

3) $\arccos\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$; 4) $\arccos\frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$;

5) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \pi - \arccos\frac{\sqrt{3}}{2} = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$;

6) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \pi - \arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$.

571. 1) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $x = \pm\arccos\frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi k$; $x = \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z$;

2) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; $x = \pm\left(\pi - \arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2\pi k$; $x = \pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$;

3) $\cos x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$; $x = \pm\left(\pi - \arccos\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + 2\pi k$; $x = \pm\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z$.

573. 1) $\cos 4x = 1$; $4x = \pm\arccos 1 + 2\pi k$; $4x = 2\pi k$; $x = \frac{\pi}{2}k, k \in Z$.

2) $\cos 2x = -1$; $2x = \pm(\pi - \arccos 1) + 2\pi k$; $2x = \pm\pi + 2\pi k$;

$x = \pm\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$.

3) $\sqrt{2}\cos\frac{x}{4} = -1$; $\frac{x}{4} = \pm(-\arccos\frac{1}{\sqrt{2}}) + 2\pi k$; $\frac{x}{4} = \pm\frac{3\pi}{4} + 2\pi k$;

$x = \pm 3\pi + 8\pi k, k \in Z$.

4) $2\cos\frac{x}{3} = \sqrt{3}$; $\frac{x}{3} = \pm\arccos\frac{\sqrt{3}}{2} + 2\pi k$; $\frac{x}{3} = \pm\frac{\pi}{6} + 2\pi k$;

$x = \pm\frac{\pi}{2} + 6\pi k, k \in Z$.

5) $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$; $x + \frac{\pi}{3} = \pm\arccos 0 + 2\pi k$; $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$.

6) $\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$; $2x - \frac{\pi}{4} = \pm\arccos 0 + 2\pi k$; $2x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$;

$x = \frac{\pi}{8} + \pi k, k \in Z$.

572. 1) $\cos x = \frac{3}{4}$; $x = \pm\arccos\frac{3}{4} + 2\pi k, k \in Z$;

2) $\cos x = -0{,}3$; $x = \pm(\pi - \arccos 0{,}3) + 2\pi k, k \in Z$

3) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; $x = \pm\left(\pi - \arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; $x = \pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$.

586. 1) $\arcsin 0 = 0$; 2) $\arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$; 3) $\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{3}$;

4) $\arcsin\frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$; 5) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{\pi}{4}$; 6) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\pi}{3}$.

589. 1) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $x = (-1)^k \arcsin\frac{\sqrt{3}}{2} + \pi k$; $x = (-1)^k\frac{\pi}{3} + \pi k, k \in Z$;

2) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $x = (-1)^k \arcsin\frac{\sqrt{2}}{2} + \pi k$; $x = (-1)^k\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$;

3) $\sin x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$; $x = (-1)^k \arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \pi k$; $x = (-1)^{k+1}\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$.

590. 1) $\sin x = \frac{2}{7}$; $x = (-1)^k \arcsin\frac{2}{7} + \pi k, k \in Z$;

2) $\sin x = -\frac{1}{4}$; $x = (-1)^{k+1} \arcsin\frac{1}{4} + \pi k, k \in Z$;

3) $\sin x = \frac{\sqrt{5}}{3}$; $x = (-1)^k \arcsin\frac{\sqrt{5}}{3} + \pi k, k \in Z$.

591. 1) $\sin 3x = 1$; $3x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$; $x = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3}k, k \in Z$;

2) $\sin 2x = -1$; $2x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$; $x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$;

3) $\sqrt{2}\sin\frac{x}{3} = -1$; $\frac{x}{3} = (-1)^{k+1}\arcsin\frac{1}{\sqrt{2}} + \pi k$; $x = (-1)^{k+1}\frac{3\pi}{4} + 3\pi k, k \in Z$;

4) $2\sin\frac{x}{2} = \sqrt{3}$; $\frac{x}{2} = (-1)^k \arcsin\frac{\sqrt{3}}{2} + \pi k$; $x = (-1)^k \frac{2\pi}{3} + \pi k, k \in Z$;

5) $\sin(x + \frac{3\pi}{4}) = 0$; $x + \frac{3\pi}{4} = 0 + \pi k$; $x = -\frac{3\pi}{4} + \pi k, k \in Z$;

6) $\sin(2x + \frac{\pi}{2}) = 0$; $2x + \frac{\pi}{2} = \pi k$; $x = -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k, k \in Z$.

607. 1) $\mathrm{arctg}\,0 = 0$; 2) $\mathrm{arctg}(-1) = -\frac{\pi}{4}$; 3) $\mathrm{arctg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = -\frac{\pi}{6}$; 4) $\mathrm{arctg}\sqrt{3} = \frac{\pi}{3}$.

610. 1) $\mathrm{tg}x = \frac{1}{\sqrt{3}}$; $x = \mathrm{arctg}\frac{1}{\sqrt{3}} + \pi k$; $x = \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z$;

2) $\mathrm{tg}x = \sqrt{3}$; $x = \mathrm{arctg}\sqrt{3} + \pi k$; $x = \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in Z$;

3) $\mathrm{tg}x = -\sqrt{3}$; $x = \mathrm{arctg}(-\sqrt{3}) + \pi k$; $x = -\frac{\pi}{3} + \pi k, k \in Z$;

4) $\mathrm{tg}x = -1$; $x = \mathrm{atctg}(-1) + \pi k$; $x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$;

5) $\mathrm{tg}x = 4$; $x = \mathrm{arctg}4 + \pi k, k \in Z$;

6) $\mathrm{tg}x = -5$; $x = \mathrm{arctg}(-5) + \pi k$; $x = -\mathrm{arctg}5 + \pi k, k \in Z$.

611. 1) $\mathrm{tg}3x = 0$; $3x = \pi k$; $x = \frac{\pi}{3}k, k \in Z$;

2) $1 + \mathrm{tg}\frac{x}{3} = 0$; $\mathrm{tg}\frac{x}{3} = -1$; $\frac{x}{3} = -\frac{\pi}{4} + \pi k$; $x = -\frac{3\pi}{4} + 3\pi k, k \in Z$;

3) $\sqrt{3} + \mathrm{tg}\frac{x}{6} = 0$; $\mathrm{tg}\frac{x}{6} = -\sqrt{3}$; $\frac{x}{6} = -\frac{\pi}{3} + \pi k$; $x = -2\pi + 6\pi k, k \in Z$.

Практическая работа № 18.

«Определение и исследование функций».

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Определение и исследование функций».

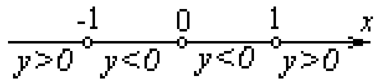
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

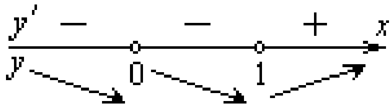
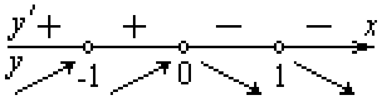
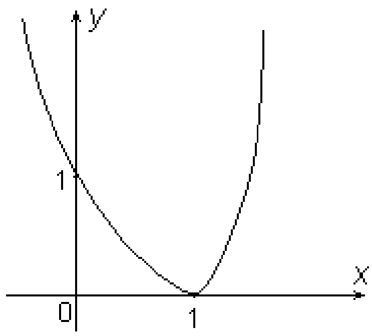
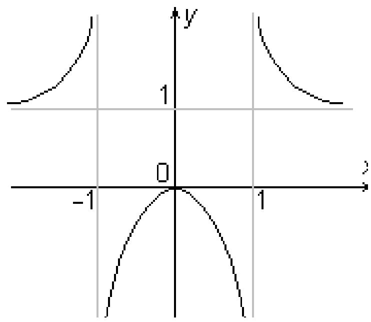
ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты, таблицы производных элементарных функций, микрокалькуляторы.

Теоретическая часть.

Задание. Исследуйте и постройте графики функции:

а) $f(x)=3x^4-4x^3+1$;б) $f(x)=\frac{x^2}{x^2-1}$.

№ шага	План исследования Функции	Применение плана: а) $f(x)=3x^4-4x^3+1$	Применение плана: б) $f(x)=\frac{x^2}{x^2-1}$
1	Находим область определения функции	$D(f)=R$	$x^2-1=0$, $x=\pm1$, $D(f)=(-\infty;-1)\cup(-1;1)\cup$ $\cup(1;+\infty)$
2	Исследуем функцию на четность, нечетность	$f(-x)=3x^4+4x^3+1\neq\pm f(x)$ $\Rightarrow$ функция ни четная, ни нечетная	$f(-x)=\frac{x^2}{x^2-1}=f(x)\Rightarrow$ функция четная
3	Находим нули (корни) функции и промежутки её знакопостоянства	$3x^4-4x^3+1=0$, $(3x^4-3x^3)-$ $-(x^3-1)=0$, $(x-1)^2(3x^2+2x+1)=0$, $x-1=0$, $x=1$ - нуль функции	$\frac{x^2}{x^2-1}=0$, $x=0$ - нуль функции 
4	Находим производную функции и её критические точки	$f'(x)=(3x^4-4x^3+1)'=12x^3-$ $-12x^2=12x^2(x-1)$, $f'(x)=0\Rightarrow x=0;1$ - критические точки функции	$f'(x)=\left(\frac{x^2}{x^2-1}\right)'=$ $=\frac{2x(x^2-1)-2x^3}{(x^2-1)^2}=-\frac{2x}{(x^2-1)^2}$ $f'(x)=0\Rightarrow x=0$ - критическая точка функции

5	Находим промежутки монотонности, точки экстремума и экстремумы функции	 $y'(-1)<0, y'(0{,}5)<0, y'(2)>0$ x=0 – не является точкой экстремума, x=1 – точка минимума, $y_{min}=y(1)=0$	 $y'(-2)>0, y'(-0{,}5)>0,$ $y'(0{,}5)<0, y'(2)<0$, x=0 – точка максимума, $y_{max}=y(0)=0$
6	Находим предел функции при $x\to\pm\infty$	$\lim\limits_{\Delta x\to\pm\infty}\left(3x^4-4x^3+1\right)=\infty$	$\lim\limits_{\Delta x\to\pm\infty}\dfrac{x^2}{x^2-1}=1$
7	Строим эскиз графика функции		

Примеры. Исследуйте и постройте графики функций:

1) $y=x^2-3x+2$; 2) $y=2x^2-x^4-1$; 3) $y=6x-x^2-5$; 4) $y=\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{8}{x^2}$; 5) $y=3x-x^3$; 6) $y=x^3-3x^2+4$; 7) $y=x^3-3x+1$; 8) $y=\dfrac{(x-3)^2}{x^2}$; 9) $y=x^2+\dfrac{1}{x}$.

Практическая часть.

<u>Вариант 1.</u>

1. Исследуйте функцию $f(x)=\dfrac{x}{2}-x^4$ на максимум и минимум.
2. Исследуйте с помощью производной функцию $f(x)=2x^3-3x^2+5$ и постройте ее график.

Вариант 2.

1. Исследуйте функцию $f(x)=x^3-3x$ на максимум и минимум.
2. Исследуйте с помощью производной функцию $f(x)=-\frac{1}{3}x^3+1{,}5x^2$ и постройте ее график.

Вариант 3.

1. Исследуйте функцию $f(x)=\frac{x^4}{4}-2x^2+5$ на максимум и минимум.
2. Исследуйте с помощью производной функцию $f(x)=2x^3-3x^2$ и постройте ее график.

Вариант 4.

1. Исследуйте функцию $f(x)=12x-x^3$ на максимум и минимум.
2. Исследуйте с помощью производной функцию $f(x)=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{5}x^5$ и постройте ее график.

Вариант 5.

1. Исследуйте функцию $f(x)=3x^4-6x^2+4$ на максимум и минимум.
2. Исследуйте с помощью производной функцию $f(x)=-x^3+3x+2$ и постройте ее график.

Вариант 6.

1. Исследуйте функцию $f(x)=\frac{2}{3}x^3-2x+1$ на максимум и минимум.
2. Исследуйте с помощью производной функцию $f(x)=x^3-3x$ и постройте ее график.

Вариант 7.

1. Исследуйте функцию $f(x)=x^3-x^4$ на максимум и минимум.
2. Исследуйте с помощью производной функцию $f(x)=-x^4+5x^2+4$ и постройте ее график.

Вариант 8.

1. Исследуйте функцию $f(x)=\frac{1}{4}x^4-x^2+5$ на максимум и минимум.
2. Исследуйте с помощью производной функцию $f(x)=x^3-x^2$ и постройте ее график.

Практическая работа № 19.

«Свойства функций. Непрерывные и периодические функции. Свойства и графики синуса, косинуса, тангенса и котангенса».

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Свойства функций. Непрерывные и периодические функции. Свойства и графики синуса, косинуса, тангенса и котангенса».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты; микрокалькуляторы, таблица Брадиса.

Практическая часть.

Вариант 1.

1. Найдите $f(5),\ f(-1),\ f\left(\frac{1}{3}\right),\ f(-2{,}1)$, если $f(x)=x^3$.
2. Найдите область определения функции $f(x)=x^2-x$.
3. Установите, является ли функция $f(x)=x+1$ четной, нечетной или не является ни четной, ни нечетной.
4. Найдите точки пересечения графика функции $f(x)=x^3-4x$ с осью $OУ$ и нули функции.

Вариант 2.

1. Найдите $f(5),\ f(-1),\ f\left(\frac{1}{3}\right),\ f(-2{,}1)$, если $f(x)=3x^2-5x+1$.
2. Найдите область определения функции $f(x)=\frac{1}{x-3}$.
3. Установите, является ли функция $f(x)=x^2-5$ четной, нечетной или не является ни четной, ни нечетной.
4. Найдите точки пересечения графика функции $f(x)=1-x^4$ с осью $OУ$ и нули функции.

Вариант 3.

1. Найдите $f(5),\ f(-1),\ f\left(\frac{1}{3}\right),\ f(-2{,}1)$, если $f(x)=x^3-1$.
2. Найдите область определения функции $f(x)=x^2-3x+4$.

3. Установите, является ли функция $f(x)=-x^2$ четной, нечетной или не является ни четной, ни нечетной.
4. Найдите точки пересечения графика функции $f(x)=x^4-x^2$ с осью $ОУ$ и нули функции.

Вариант 4.

1. Найдите $f(5)$, $f(-1)$, $f\left(\frac{1}{3}\right)$, $f(-2{,}1)$, если $f(x)=3x^2-5x-2$.
2. Найдите область определения функции $f(x)=\dfrac{2x}{x^2-5x+4}$.
3. Установите, является ли функция $f(x)=x^3+x$ четной, нечетной или не является ни четной, ни нечетной.
4. Найдите точки пересечения графика функции $f(x)=1-x^3$ с осью $ОУ$ и нули функции.

Вариант 5.

1. Найдите $f(5)$, $f(-1)$, $f\left(\frac{1}{3}\right)$, $f(-2{,}1)$, если $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x-2}$.
2. Найдите область определения функции $f(x)=\dfrac{5}{x^2-25}$.
3. Установите, является ли функция $f(x)=5x^2+4x$ четной, нечетной или не является ни четной, ни нечетной.
4. Найдите точки пересечения графика функции $f(x)=\dfrac{1}{x}+2$ с осью $ОУ$ и нули функции.

Вариант 6.

1. Найдите $f(5)$, $f(-1)$, $f\left(\frac{1}{3}\right)$, $f(-2{,}1)$, если $f(x)=\dfrac{3}{x-1}$.
2. Найдите область определения функции $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}$.
3. Установите, является ли функция $f(x)=x^3+3$ четной, нечетной или не является ни четной, ни нечетной.
4. Найдите точки пересечения графика функции $f(x)=\dfrac{2}{x+1}$ с осью $ОУ$ и нули функции.

Вариант 7.

1. Найдите $f(5)$, $f(-1)$, $f\left(\frac{1}{3}\right)$, $f(-2{,}1)$, если $f(x)=\dfrac{x^2-9}{x+3}$.

2. Найдите область определения функции $f(x)=\dfrac{8}{x^2+49}$.

3. Установите, является ли функция $f(x)=\sqrt{1-x}$ четной, нечетной или не является ни четной, ни нечетной.

4. Найдите точки пересечения графика функции $f(x)=3-\dfrac{1}{x}$ с осью OY и нули функции.

<u>Вариант 8.</u>

1. Найдите $f(5)$, $f(-1)$, $f\left(\dfrac{1}{3}\right)$, $f(-2{,}1)$, если $f(x)=\dfrac{5}{x-1}$.

2. Найдите область определения функции $f(x)=\sqrt{x-1}$.

3. Установите, является ли функция $f(x)=\dfrac{1}{x^2-x}$ четной, нечетной или не является ни четной, ни нечетной.

4. Найдите точки пересечения графика функции $f(x)=\dfrac{1}{x-3}$ с осью OY и нули функции.

Практическая работа №20.

«Показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства».

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

4. Корректировать знания, умения и навыки в теме: ««Показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства».».
5. Закрепить и систематизировать знания по теме.
6. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты, микрокалькуляторы.

Практическая часть.

<u>Вариант 1.</u>

3. Решите уравнения: а) $log_2(x-15)=4$; б) $lg(2x)+lg(x+3)=lg(12x-4)$;

   в) $lg^2\,x+2lg\,x=8$.

4. Решите неравенство: $log_{16}(0{,}6+2x)\geq -0{,}25$.

<u>Вариант 2.</u>

3. Решите уравнения: а) $lg(x^2-2x-4)=\lg 11$; б) $1+log_2(3x+1)=log_2(x^2-5)$;

в) $4lg^2 x-2=lg\,x^2$.

4. Решите неравенство: $log_{0,8}(3-5x)\geq 0$.

Вариант 3.

3. Решите уравнения: а) $log_4(5x+6)=0$; б) $log_2(4-x)+log_2(1-2x)=2log_2 3$;

   в) $log_5^2 x-log_5 x^2=3$.

4. Решите неравенство: $log_{0,2}(15-2x)\geq -2$.

Вариант 4.

1. Решите уравнения: а) $log_3(3x+2)=log_3(x+4)$; б) $lg(x-2)+lg(x-3)=1-lg5$;

   в) $log_3^2 x=4-3log_3 x$.

2. Решите неравенство: $log_4(3-4x)\geq -1$.

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ РАЗДЕЛ

«начальный» уровень:

$5^x>125$ $0{,}3^x\leq 0{,}0081$ $\left(\frac{1}{2}\right)^x=\frac{1}{64}$ $6^x=1$ $\left(\frac{3}{4}\right)^x=1$ $\pi^x=1$

$2^{2x}<16$ $0{,}5^{3x}\geq 8$ $0{,}1^{4x}=10$ $3^{\frac{1}{2}x}=27$ $4^{0{,}3x}=64$ $\left(\sqrt{6}\right)^{7x}=1$

1 уровень:

$8^{-1}\cdot 2^{3x}=8$ $\sqrt{3}\cdot 3^{3x}=\frac{1}{3}$ $27^{-1}\cdot 3^{3x}=\sqrt{3}$ $\sqrt{5}\cdot 5^{2x}=25^x\cdot\frac{1}{25}$

$\frac{100}{0{,}1^{2x+3}}=10^{x-1}$ $0{,}2\cdot 25^{2-x}=\frac{1}{5^{2x-2}}$ $32^{x^2-1}=2^{3x}\cdot 8^{4-x}$ $\frac{27^x}{9^{2x}}=\frac{3^{4+x}}{81}$

2 уровень:

$4^x-3\cdot 4^{x-2}=52$ $9^x+3\cdot 3^x-18=0$

$4^x-6\cdot 2^x+8=0$ $5^x-7\cdot 5^{x-2}=90$

экзаменационный материал:

а) $\begin{cases} \left(\frac{1}{7}\right)^{4x-y} = 49, \\ 5^{9x-y} = \sqrt[4]{5}. \end{cases}$ б) $2 \cdot 3^{x+1} - 3^{x} = 15$; в) $49^{x} - 8 \cdot 7^{x} = -7$;

г) $2^{x^2-3} \cdot 5^{x^2-3} = 0{,}01 \cdot \left(10^{x-1}\right)^{3}$; д) $9^{x+2} - 26 \cdot 3^{x+1} - 3 = 0$.

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Вариант 1.

4. Постройте в одной координатной плоскости графики функций

   $y = 2^{x}, y = 2^{x} - 1$ *и* $y = 2^{x+2} - 1$.

5. Решите уравнение: а) $8^{-1} \cdot 2^{3x} = 8$; б) $5^{x} - 7 \cdot 5^{x-2} = 90$; в) $9^{x} + 3^{x+1} = 18$.

6. Решите неравенство: а) $\left(\frac{1}{9}\right)^{x} \geq 27$; б) $4^{x} + 16 > 10 \cdot 2^{x}$.

Вариант 2.

4. Постройте в одной координатной плоскости графики функций

   $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x}, y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x} + 2$ *и* $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} + 2$.

5. Решите уравнение: а) $27^{-1} \cdot 3^{3x} = 27$; б) $4^{x} - 3 \cdot 4^{x-2} = 52$; в) $4^{x} - 6 \cdot 2^{x} + 8 = 0$.

6. Решите неравенство: а) $0{,}5^{x} \leq 2\sqrt{2}$; б) $9^{x} + 3 \cdot 3^{x} > 18$.

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Вариант 1

3. Вычислите: $arcsin\frac{1}{2} + arctg\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) + 3arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$.

4. Решите уравнения: а) $sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = 0$; б) $cos 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; в) $tg\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 3$.

Вариант 2

3. Вычислите: $arcctg\left(-\sqrt{3}\right) - arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) + 0{,}83 arccos 1$.

4. Решите уравнения: а) $sin 2x = \frac{1}{2}$; б) $cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$; в) $tg\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = -2$.

Вариант 3

3. Вычислите: $sin\left(arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

4. Решите уравнения: а) $sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=1$; б) $cos3x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$; в) $tg2x=-\sqrt{3}$.

Вариант 4

3. Вычислите: $cos\left(arccos\frac{1}{2}\right)$.

4. Решите уравнения: а) $sin\frac{x}{2}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $cos\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{2}$; в) $tg\left(2x-\frac{\pi}{10}\right)=0$.

Вариант 5

3. Вычислите: $tg\left(arctg\sqrt{3}\right)$.

4. Решите уравнения: а) $2sin2x=-1$; б) $cos\frac{x}{4}=\frac{4}{5}$; в) $tg\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Вариант 6

3. Вычислите: $ctg\left(arctg\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

4. Решите уравнения: а) $sinx=\frac{3}{5}$; б) $cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=-1$; в) $3tg\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)=-\sqrt{3}$.

Вариант 7

3. Вычислите: $sin\left(arccos\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

4. Решите уравнения: а) $2sinx=-\sqrt{2}$; б) $cos(1-x)=\frac{1}{2}$; в) $tg\frac{x}{2}=-\sqrt{3}$.

Вариант 8

3. Вычислите: $tg\left(arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

4. Решите уравнения: а) $2sin\frac{x}{2}=\sqrt{3}$; б) $cos4x=-0{,}25$; в) $tg\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=-1$.

Вариант 9

3. Вычислите: $arccos\left(sin\frac{5\pi}{6}\right)$.

4. Решите уравнения: а) $sin\left(3-\frac{x}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $cos\left(5x-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{2}$; в) $tg2x=-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Вариант 10

3. Вычислите: $arctg\left(ctg\frac{3\pi}{4}\right)$.

4. Решите уравнения: а) $sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\sqrt{2}cos(4+x)=-1$; в) $tg\left(-\frac{x}{2}\right)=1$.

Практическая работа № 21.

«Числовая последовательность, способы ее задания, вычисления членов последовательности».

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

5. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Числовая последовательность, способы ее задания, вычисления членов последовательности»
6. Закрепить и систематизировать знания по теме.
7. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты, микрокалькуляторы.

Практическая часть.

Вариант 1.

1. Составьте возможную формулу n-го элемента последовательности (y_n), если последовательность имеет вид: 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...

2. Выписать первые десять элементов последовательности заданной рекуррентно: $y_1=1$, $y_2=3$, $y_n=y_{n-2}+y_{n-1}$.

3. Найдите формулу n-го элемента и сумму первых 15 элементов арифметической прогрессии с первым элементом 3,4 и разностью 0,9.

4. Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии с первым членом 3,5 и знаменателем $-\frac{2}{3}$.

5. В арифметической прогрессии a_5= -150, a_6= -147. Найдите номер первого положительного элемента этой последовательности.

6. Укажите наиболее близкий к нулю элемент арифметической прогрессии 22,7; 21,4; ... .

7. Дана последовательность $y_n=12n + 8 - 2{,}5n^2$.

а) Сколько в ней положительных элементов?

б) Найти наибольший элемент последовательности.

в) Есть в данной последовательности наименьший элемент?

Вариант 2.

1. Составьте возможную формулу n-го элемента последовательности (y_n), если последовательность имеет вид: 7, 11, 15, 19, 23, ...
2. Выписать первые десять элементов последовательности заданной рекуррентно: $y_1=0$, $y_2=1$, $y_n=2y_{n-2}+y_{n-1}$.
3. Найдите формулу n-го элемента и сумму первых 15 элементов арифметической прогрессии с первым элементом 3,5 и разностью 0,8.
4. Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии с первым членом 4,5 и знаменателем $-\frac{2}{3}$.
5. В арифметической прогрессии a_6= 160, a_6= 156. Найдите номер первого отрицательного элемента этой последовательности.
6. Укажите наиболее близкий к нулю элемент арифметической прогрессии -15,1; -14,4; ... .
7. Дана последовательность $y_n=12n + 8 - 2{,}5n^2$.
   а) Сколько в ней положительных элементов?
   б) Найти наибольший элемент последовательности.
   в) Есть в данной последовательности наименьший элемент?

Вариант 3.

1. Составьте возможную формулу n-го элемента последовательности (y_n), если последовательность имеет вид: $\frac{2}{1}, \frac{3}{4}, \frac{4}{9}, \frac{5}{16}, \frac{6}{25}, \dots$.
2. Выписать первые десять элементов последовательности заданной рекуррентно: $y_1=1$, $y_2=1$, $y_n=2y_{n-2}+y_{n-1}$.
3. Найдите формулу n-го элемента и сумму первых 15 элементов арифметической прогрессии с первым элементом 2,5 и разностью 0,7.
4. Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии с первым членом 7,5 и знаменателем $-\frac{2}{3}$.
5. В арифметической прогрессии a_6= 150, a_6= 141. Найдите номер первого отрицательного элемента этой последовательности.
6. Укажите наиболее близкий к нулю элемент арифметической прогрессии -14,1; -13,4; ... .
7. Дана последовательность $y_n=12n + 8 - 2{,}5n^2$.
   а) Сколько в ней положительных элементов?
   б) Найти наибольший элемент последовательности.
   В) Есть в данной последовательности наименьший элемент?

Вариант 4.

1. Составьте возможную формулу n-го элемента последовательности (y_n), если последовательность имеет вид: 2, 5, 8, 11, 14, 17, ...
2. Выписать первые десять элементов последовательности заданной рекуррентно: $y_1=2$, $y_2=1$, $y_n=y_{n-2}+y_{n-1}$.
3. Найдите формулу n-го элемента и сумму первых 15 элементов арифметической прогрессии с первым элементом 2,5 и разностью 0,7.
4. Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии с первым членом 2,5 и знаменателем $-\frac{1}{2}$.
5. В арифметической прогрессии a_5= -145, a_6= -130. Найдите номер первого положительного элемента этой последовательности.
6. Укажите наиболее близкий к нулю элемент арифметической прогрессии 17,3; 15,4... .
7. Дана последовательность $y_n=-2n -3 - n^2$.
   а) Сколько в ней положительных элементов?
   б) Найти наибольший элемент последовательности.
   в) Есть в данной последовательности наименьший элемент?

Практическая работа №22.

«Уравнение касательной в общем виде. Правила и формулы дифференцирования».

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Уравнение касательной в общем виде. Правила и формулы дифференцирования»
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты, микрокалькуляторы.

Практическая часть.

Вариант 1.

1. Найдите уравнение касательной к графику функции $f(x) = -x^2 - 4x + 2$ в точке с абсциссой x_0 = - 1.

А) у =-2х-3; Б) у = 2х-1; В) у = -2х+3; Г) у = 2х+3.

2 . Найдите уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 + 27$ в точке

$x_0 = 2$.

А) у = 12х-3; Б) у = 12х+11; В) у = -12х+13; Г) у = 22х+35.

3. Найдите уравнение касательной к графику функции $f(x) = -x^2 + 6x + 8$ в точке с абсциссой x_0 = - 2.

А) у =2х-6; Б) у = 10х+12; В) у = 4х+8; Г) у = -10х+8.

Вариант 2.

1. Найдите уравнение касательной к графику функции $f(x) = -x^2 - 4x + 2$ в точке с абсциссой x_0 = 2.

А) у =-2х-32; Б) у = 2х-8; В) у = -8х+3; Г) у = -8х+6.

2 . Найдите уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 + 27$ в точке

$x_0 = -1$.

А) у = 29х-3; Б) у = 3х+29; В) у = -12х+23; Г) у = 22х+35.

3. Найдите уравнение касательной к графику функции $f(x) = -x^2 + 6x + 8$ в точке с абсциссой x_0 = - 2.

А) у =2х-6; Б) у = 10х+12; В) у = 4х+8; Г) у = -10х+8.

Практическая работа №23.

«Интеграл и первообразная. Теорема Ньютона—Лейбница».

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Вычисление определенного интеграла».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты, таблицы первообразных некоторых функций, микрокалькуляторы.

Теоретическая часть.

ПРИМЕР 1. Вычислите интеграл $\int_{-2}^{2}\left(-4x+4+x^2\right)dx$.

РЕШЕНИЕ. Найдем множество всех первообразных для функции $-4x+4+x^2$:

$$F(x)=-4\cdot\frac{x^2}{2}+4\cdot x+\frac{x^3}{3}+C=-2x^2+4x+\frac{x^3}{3}+C.$$

Пользуясь формулой Ньютона-Лейбница, получаем:

$$\int_{-2}^{2}\left(-4x+4+x^2\right)dx=\left(-2x^2+4x+\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{-2}^{2}=\left(-2\cdot 2^2+4\cdot 2+\frac{2^3}{3}\right)-\left(-2\cdot(-2)^2+4\cdot(-2)+\frac{(-2)^3}{3}\right)=$$

$$=\left(-8+8+\frac{8}{3}\right)-\left(-8-8-\frac{8}{3}\right)=21\frac{1}{3}.$$

Ответ: $21\frac{1}{3}$.

ПРИМЕР 2. Выясните, при каком отрицательном значении переменной a верно равенство

$$\int_{-2a}^{a}2x^3dx=-7{,}5?$$

РЕШЕНИЕ. Поскольку для $2x^3$ одной из первообразных является $\frac{x^4}{2}$,

$$\int_{-2a}^{a}2x^3dx=\left(\frac{x^4}{2}\right)\Bigg|_{-2a}^{a}=\frac{a^4}{2}-\frac{(-2a)^4}{2}=-\frac{15a^4}{2}.$$

Следовательно, нужно решить уравнение:

$$-\frac{15a^4}{2}=-7{,}5,$$

$$-\frac{15a^4}{2}=-\frac{15}{2},$$

$$a^4=1,$$

$$a=\pm 1.$$

Отрицательный корень этого уравнения – это число –1.

О т в е т: -1.

ТЕСТ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ.

Выберите правильный вариант ответа.

1. Значение $\int_{-1}^{1}\left(-6x+x^2+9\right)dx$ равно:

   а) $18\frac{1}{3}$; б) $18\frac{2}{3}$; в) $19\frac{1}{3}$.

2. Равенство $\int_{a}^{2a} x^3 dx = 3{,}75$ (где a> 0) верно, еслиa равно:

   а) 1; б) 2; в) 3.

Практическая часть.

Вариант 1.

1. Вычислите интегралы: а) $\int_{-1}^{2} x^2 dx$; б) $\int_{0}^{\frac{\pi}{12}}\left(1+\cos 2x\right)dx$.
2. Докажите справедливость равенства: $\int_{0}^{1}\left(2x+1\right)dx=\int_{0}^{2}\left(x^3-1\right)dx$.

Вариант 2.

1. Вычислите интегралы: а) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} -2\sin x dx$; б) $\int_{-2}^{2}\frac{dx}{\sqrt{2x+5}}$.
2. Докажите справедливость равенства: $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\cos x dx=\int_{0}^{\sqrt[3]{3}} x^2 dx$.

Вариант 3.

1. Вычислите интегралы: а) $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}\frac{dx}{\cos^2 x}$; б) $\int_{1}^{2}\frac{dx}{\left(x+1\right)^2}$.
2. Докажите справедливость равенства: $\int_{0}^{\frac{\pi}{3}}\sin x dx=\int_{\frac{1}{16}}^{\frac{1}{4}}\frac{dx}{\sqrt{x}}$.

Вариант 4.

1. Вычислите интегралы: а) $\int\limits_{\frac{1}{4}}^{1} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$; б) $\int\limits_{0}^{\frac{3\pi}{2}} \frac{dx}{cos^2\left(\frac{2x}{9}\right)}$.

2. Докажите справедливость равенства: $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{cos^2 x} = \int\limits_{0}^{1} dx$.

Вариант 5.

1. Вычислите интегралы: а) $\int\limits_{-1}^{2} - x^3 dx$; б) $\int\limits_{0}^{\frac{2\pi}{3}} sin\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right) dx$

2. Верно ли неравенство: $\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{sin^2 x} < \int\limits_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{dx}{x^2}$?

Вариант 6.

1. Вычислите интегралы: а) $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} - \frac{dx}{sin^2 x}$; б) $\int\limits_{0}^{2} (1+3x)^4 dx$.

3. Верно ли неравенство: $\int\limits_{-1}^{1} x^4 dx < \int\limits_{1}^{4} \frac{dx}{\sqrt{x}}$?

Вариант 7.

1. Вычислите интегралы: а) $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} 2 cos\, x dx$; б) $\int\limits_{2}^{7} \frac{dx}{\sqrt{x+2}}$.

2. Верно ли неравенство: $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{cos^2 x} > \int\limits_{1}^{8} \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}}$?

Вариант 8.

1. Вычислите интегралы: а) $\int\limits_{1}^{5} x^4 dx$; б) $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} sin\, 2x dx$.

2. Верно ли неравенство: $\int\limits_{\pi}^{\frac{\pi}{2}} cos\, x dx > \int\limits_{2}^{\frac{1}{3}} \frac{dx}{x^2}$?

Практическая работа №24.

«Классическое определение вероятности, свойства вероятностей».

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Классическое определение вероятности, свойства вероятностей».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты, таблицы первообразных некоторых функций, микрокалькуляторы.

Практическая часть.

1. Событие «Из 25 студентов группы двое справляют день рождения 30 февраля» является ____.

1. достоверное

2. невозможное

3. случайное

2. Назовите случайное событие _____.

1. слово начинается с буквы «ъ»

2. студенту второго курса 10 лет

3. бросили две игральные кости: сумма выпавших на них очков равна 8.

3. Достоверным является событие _____.

1. два попадания при трех выстрелах

2. наугад выбранное число, составленное из цифр 1,2,3 без повторений, меньше 400

3. подкинули монету, и она упала на «орла».

4. Среди пар событий, найдите несовместные _____.

1. В сыгранной Катей и Славой партии шахмат, Катя проиграла и Слава проиграл

2. Наступило лето; на небе ни облачка

3. При бросании кубика «выпало четное число», «выпало 2 очка».

5. Охарактеризуйте случайное событие: новая электролампа не загорится. Это событие __

1. менее вероятное

2. равновероятное

3. более вероятное.

6. В колоде карт лежат четыре туза и четыре короля разных мастей. Достают карту наугад. Противоположными являются события _____.

1. достанут трефового туза

2. достанут туза любой масти

3. достанут любую карту, кроме трефового туза.

7. При бросании кубика выпало не больше 5 очков. Количество благоприятных исходов равно _____.

1. 1

2. 5

3. 6

8. Два стрелка делают по одному выстрелу в мишень. Количество исходов двух совместных выстрелов равно _____.

1. 2

2. 3

3. 4

9. Найти вероятность того, что при двукратном бросании кубика произведение очков

а) кратно 5,

б) кратно 6.

10. Из колоды в 36 карт случайным образом вытаскивают 3 карты. Найти вероятность того, что

а) нет пиковой дамы,

б) есть пиковая дама.

11. Случайно выбрали двузначное число. Найдите вероятность того, что оно

а) оканчивается 0;
б) состоит из одинаковых цифр;
в) больше 27 и меньше 46;
г) не является квадратом числа.

12. В клетки таблицы 2х2 ставят крестики и нолики. Найдите вероятность того, что

а) будет поставлен ровно один крестик,
б) будут поставлены ровно 2 нолика,

в) в левой нижней клетке будет стоять крестик.

13. Эта задача – одна из первых по теории вероятностей – была предложена Галилею одним игроком в кости (Галилей дал правильное решение). Три кости подбрасываются одновременно. Что более вероятно – появление на трёх костях суммы 10 или 9?

Практическая работа №25.

«Теорема о сумме вероятностей. Прикладные задачи. Представление числовых данных».

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Теорема о сумме вероятностей. Прикладные задачи. Представление числовых данных».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты, таблицы первообразных некоторых функций, микрокалькуляторы.

Теоретическая часть.

Пример. В первом ящике 1 белый и 5 черных шаров, во втором 8 белых и 4 черных шара. Из каждого ящика вынули по шару. Найти вероятность того, что один из вынутых шаров белый, а другой – черный.

Решение. Обозначим события: A – вынули белый шар из первого ящика, $P(A)=\frac{1}{6}$;

$\overline{A}$ - вынули черный шар из первого ящика, $P(\overline{A})=\frac{5}{6}$;

B – белый шар из второго ящика, $P(B)=\frac{2}{3}$;

$\overline{B}$ - черный шар из второго ящика, $P(\overline{B})=\frac{1}{3}$.

Нам нужно, чтобы произошло одно из событий $A\overline{B}$ или $\overline{A}B$. По теореме об умножении вероятностей

$P(A\overline{B})=\frac{1}{18}$, $P(\overline{A}B)=\frac{10}{18}$.

Тогда искомая вероятность по теореме сложения будет

$$P=P(A\overline{B}+\overline{A}B)=P(A\overline{B})+P(\overline{A}B)=\frac{11}{18}.$$

Пример. Вероятность попадания в цель у первого стрелка 0,8, у второго – 0,9. Стрелки делают по выстрелу. Найти вероятность: а) двойного попадания; б) двойного промаха, в) хотя бы одного попадания; г) одного попадания.

Решение.

Пусть A – попадание первого стрелка, $P(A)=0,8$;

B – попадание второго стрелка, $P(B)=0,9$.

Тогда $\overline{A}$ - промах первого, $P(\overline{A})=1-0,8=0,2$;

$\overline{B}$ - промах второго, $P(\overline{B})=1-0,9=0,1$.

Найдем нужные вероятности.

а) AB – двойное попадание, $P(AB)=P(A)P(B)=0,8\cdot 0,9=0,72$

б) $\overline{A}\ \overline{B}$ – двойной промах, $P(\overline{A}\overline{B})=P(\overline{A})P(\overline{B})=0,2\cdot 0,1=0,02$.

в) $A+B$ – хотя бы одно попадание,

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)=0,8+0,9-0,72=0,98.$$

г) $A\overline{B}+\overline{A}B$ – одно попадание,

$$P(A\overline{B}+\overline{A}B)=P(A\overline{B})+P(\overline{A}B)=0,8\cdot 0,1+0,2\cdot 0,9=0,26.$$

Пример. Студент разыскивает нужную ему формулу в трех справочниках. Вероятности того, что формула содержится в первом, втором и третьем справочниках равны 0,6; 0,7 и 0,8. Найти вероятности того, что формула содержится 1) только в одном справочнике; 2) только в двух справочниках; 3) во всех трех справочниках.

Решение.

A – формула содержится в первом справочнике;

B – формула содержится во втором справочнике;

C – формула содержится в третьем справочнике.

Воспользуемся теоремами сложения и умножения вероятностей.

1. $$P(A\overline{B}\overline{C}+\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}\overline{B}C)=P(A\overline{B}\overline{C})+P(\overline{A}B\overline{C})+P(\overline{A}\overline{B}C)= \\ =0,6\cdot 0,3\cdot 0,2+0,4\cdot 0,7\cdot 0,2+0,4\cdot 0,3\cdot 0,8=0,188$$

2. $$P(AB\overline{C}+A\overline{B}C+\overline{A}BC)=0,6\cdot 0,7\cdot 0,2+0,6\cdot 0,3\cdot 0,8+0,4\cdot 0,7\cdot 0,8=0,452.$$

3. $$P\left(ABC\right)=0,6\cdot 0,7\cdot 0,8=0,336$$

Пусть в результате испытания могут появиться n событий, независимых в совокупности, либо некоторые из них (в частности, только одно или ни одного), причем вероятности появления каждого из событий известны. Как найти вероятность того, что наступит хотя бы одно из этих событий? Например, если в результате испытания могут появиться три события, то появление хотя бы одного из этих событий означает наступление либо одного, либо двух, либо трех событий. Ответ на поставленный вопрос дает следующая теорема.

Теорема. Вероятность ***появления хотя бы одного из событий*** $A_1, A_2, \dots, A_n$, независимых в совокупности, равна разности между единицей и произведением вероятностей противоположных событий

$$P\left(A\right)=1-P\left(\overline{A_1}\right)\cdot P\left(\overline{A_2}\right)\cdot\ldots\cdot P\left(\overline{A_n}\right)=1-q_1\cdot q_2\cdot\ldots\cdot q_n$$

Если события $A_1, A_2, \dots, A_n$ имеют одинаковую вероятность p, то формула принимает простой вид:

$$P\left(A\right)=1-\left(1-p\right)^n=1-q^n.$$

Пример. Вероятности попадания в цель при стрельбе из трех орудий таковы: *p*1 = 0,8; *p*2 = 0,7; *p*3 = 0,9. Найти вероятность хотя бы одного попадания (событие А) при одном залпе из всех орудий.

Решение. Вероятность попадания в цель каждым из орудий не зависит от результатов стрельбы из других орудий, поэтому рассматриваемые события A_1 (попадание первого орудия), A_2 (попадание второго орудия) и A_3 (попадание третьего орудия) независимы в совокупности.

Вероятности событий, противоположных событиям A_1, A_2 и A_3 (т. е. вероятности промахов), соответственно равны:

$q_1 = 1 - p_1 = 0,2$, $q_2 = 1 - p_2 = 0,3$, $q_3 = 1 - p_3 = 0,1$

Искомая вероятность $P(A) = 1 - q_1 q_2 q_3 = 1 - 0,2 \cdot 0,3 \cdot 0,1 = 0,994$.

Пример. В типографии имеется 4 плоскопечатных машины. Для каждой машины вероятность того, что она работает в данный момент, равна 0,9. Найти вероятность того, что в данный момент работает хотя бы одна машина (событие А).

Решение. События "машина работает" и "машина не работает" (в данный момент) — противоположные, поэтому сумма их вероятностей равна единице: $p + q = 1$

Отсюда вероятность того, что машина в данный момент не работает, равна $q = 1 - p = 0,1$

Искомая вероятность $P(A) = 1 - q^4 = 1 - 0,1^4 = 0,9999$

Так как полученная вероятность весьма близка к единице, то на основании следствия из принципа практической невозможности маловероятных событий мы вправе заключить, что в данный момент работает хотя бы одна из машин.

Пример. Вероятность того, что при одном выстреле стрелок попадает в цель, равна 0,4. Сколько выстрелов должен произвести стрелок, чтобы с вероятностью не менее 0,9 он попал в цель хотя бы один раз?

Решение. Обозначим через А событие "при n выстрелах стрелок попадает в цель хотя бы один раз". События, состоящие в попадании в цель при первом, втором выстрелах и т. д., независимы в совокупности, поэтому применима формула $P(A) = 1 - q^n$.

Приняв во внимание, что, по условию, $P(A) \geq 0,9,\ p = 0,4$ (следовательно, $q = 1 - p = 0,6$), получим

$1 - 0,6^n \geq 0,9,$

$0,6^n \leq 0,1.$

Прологарифмируем это неравенство по основанию 10:

$n \lg 0,6 \leq \lg 0,1,$

$n \geq \dfrac{\lg 0,1}{\lg 0,6} \approx 4,5.$

Итак, $n \geq 5$, т.е. стрелок должен произвести не менее 5 выстрелов.

Практическая работа №26.

«Корни уравнений. Основные приемы решения уравнений. Решение систем уравнений».

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Корни уравнений. Основные приемы решения уравнений. Решение систем уравнений».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.

3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты, таблицы первообразных некоторых функций, микрокалькуляторы.

Практическая часть.

1)Иррациональные уравнения

Вариант 1.

Решите уравнения:

а) $\sqrt{2x+12}=2x+10$; б) $\sqrt{x+2}+\sqrt{3-x}=3$; в) $\sqrt{4x+9}-\sqrt{11x+1}=\sqrt{7x+4}$.

Вариант 2.

Решите уравнения:

а) $2\sqrt{x+5}=x+2$; б) $\sqrt{3x+1}-\sqrt{x+4}=1$; в) $\sqrt{18-\sqrt[3]{x+10}}=4$.

Вариант 3.

Решите уравнения:

а) $\sqrt{x+5}+1=x$; б) $\sqrt{x+3}+\sqrt{3x-2}=7$; в) $\sqrt{3x+4}+\sqrt{x-4}=2\sqrt{x}$.

Вариант 4.

Решите уравнения:

а) $\sqrt{2x+14}=2x+12$; б) $\sqrt{x+5}-\sqrt{x-3}=2$; в) $\sqrt{x}-\dfrac{4}{\sqrt{2+x}}+\sqrt{2+x}=0$.

Квадратное уравнение и его корни.

1. Какое из уравнений является квадратным:

1) $5x^2-\dfrac{4}{x}=0$; 3) $4x+3=0$;

2) $x^2-2x^3+7=0$; 4) $1{,}2x^2-3x+1=0$.

2. В квадратном уравнении $7x+6-2x^2=0$ укажите его коэффициенты:

1) $a=7,\ b=6,\ c=-2$; 3) $a=-2,\ b=7,\ c=6$;

2) $a=7,\ b=-2,\ c=6$; 4) $a=-2,\ b=6,\ c=7$.

3. Определите, какое из приведённых уравнений является равносильным уравнению $x^2+(2-x)(1+2x)=0$:

1) $3x^2+5x+2=0$; 3) $x^2+3x-2=0$;

2) $-x^2+3x+2=0$;   4) $-x^2-3x+2=0$.

4. Найдите корни уравнения $6b^2-54=0$:
1) 0, 3;   2) –3, 3;   3) не имеет корней;   4) 3.

5. Какие из чисел - 4, - 2, - 1, 0, 2 являются корнями квадратного уравнения $4x^2+8x=0$:
1) – 2, 0;   2) 0, 2;   3) – 4, - 1;   4) – 4, 0?

6. Решите уравнение $1-4y+3y^2=y^2-4y+9$:
1) – 2, 0;   2) – 2, 2;   3) 2;   4) 0.

. Дробно-рациональные уравнения.

1. Какое из уравнений является дробно-рациональным:
1) $\frac{x^2}{3}-4x+1=0$; 2) $\frac{2x^2-3x}{13}=1$; 3) $\frac{x-3}{2x+1}=\frac{4}{x}$; 4) $2x+8=14(7-x)$?

2. Решите уравнение $\frac{x^2}{2}+\frac{x-1}{6}=\frac{1}{2}$:
1) 2;   2) –1;   3) 1;   4) 3.

3. Решите уравнение $\frac{1}{x}+\frac{1}{x-4}=0$:

1) –2;   2) 5;   3) 2;   4) –1.

4. Найдите корни уравнения $\frac{5}{x^2+6}=\frac{1}{x}$:
1) 1,5;   2) –2, 3;   3) –3, 2;   4) 2, 3.

5. Определите, при каком значении x значение функции $y=\frac{3x+1}{x+5}$ равно 2:
1) 4;   2) 3;   3) 8;   4) 9.

Логарифмические уравнения

Вариант 1.

5. Решите уравнения: а) $log_2(x-15)=4$; б) $lg(2x)+lg(x+3)=lg(12x-4)$;

в) $lg^2 x+2lg\,x=8$.

6. Решите неравенство: $log_{16}(0{,}6+2x)\geq -0{,}25$.

Вариант 2.

5. Решите уравнения: а) $lg(x^2-2x-4)=\lg 11$; б) $1+log_2(3x+1)=log_2(x^2-5)$;

   в) $4lg^2 x-2=lg\,x^2$.

6. Решите неравенство: $log_{0,8}(3-5x)\geq 0$.

Вариант 3.

5. Решите уравнения: а) $log_4(5x+6)=0$; б) $log_2(4-x)+log_2(1-2x)=2log_2 3$;

   в) $log_5^2 x-log_5 x^2=3$.

6. Решите неравенство: $log_{0,2}(15-2x)\geq -2$.

Вариант 4.

3. Решите уравнения: а) $log_3(3x+2)=log_3(x+4)$; б) $lg(x-2)+lg(x-3)=1-lg5$;

   в) $log_3^2 x=4-3log_3 x$.

4. Решите неравенство: $log_4(3-4x)\geq -1$.

Практическая работа № 27.

«Использование свойств и графиков функций для решения уравнений и неравенств».

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Использование свойств и графиков функций для решения уравнений и неравенств».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты, таблицы, микрокалькуляторы.

Практическая часть.

1 . Найти все значения p, при которых уравнение $4\sin x+9=p(1+ctg^2 x)$ имеет хотя бы один корень.

Решение:

Учитывая, что $1+ctq^2x = \frac{1}{\sin^2 x}$,получим $4\sin x + 9 = p\cdot\frac{1}{\sin^2 x}$. Это уравнение равносильно системе: $\begin{cases}(4\sin x+9)\cdot\sin^2 x = p,\\ \sin^2 x \ne 0\end{cases}$

Уравнение $(4\sin x+9)\cdot\sin^2 x = p$ имеет хотя бы один корень, если число р принадлежит множеству значений функции $\int(x) = (4\sin x+9)\cdot\sin^2 x$. Найдем $E(\int)$:

$0\le\sin^2 x\le 1$

$-1\le\sin x\le 1$

$-4\le 4\sin x\le 4$

$5\le 4\sin x+9\le 13$

0

$0\le(4\sin x+9)\cdot\sin^2 x\le 13$.

$E(\int) = [0;13)$, так как функция $y=\sin x$ непрерывна, значит и функция $\int(x) = (4\sin x+9)\cdot\sin^2 x$ непрерывна и принимает все значения от 0 до 13. По условию $\sin x\ne 0$, то значение р – любое число из промежутка $(0;13]$

Ответ: при $p\in(0;13]$ уравнение $4\sin x+9 = p\cdot(1+ctq^2 x)$ имеет хотя бы один корень.

2. Решить уравнение $\sqrt[4]{18-x}-\sqrt[4]{x-2} = 2$.

Решение:

О.Д.З. $\begin{cases}18-x\ge 0\\ x-2\ge 0\end{cases}$

$\begin{cases}x\le 18,\\ x\ge 2\end{cases}\Rightarrow x\in[2;18]$.

Функция $y=\sqrt[4]{18-x}$ непрерывна и монотонно убывает на области определения, а функция $y = 2+\sqrt[4]{x-2}$ непрерывна и монотонно возрастает на области определения, то уравнение имеет единственный корень. Проверим $x=2,$ $\sqrt[4]{18-2}-\sqrt[4]{2-2} = 2$ $2=2$ верно, значит $x = 2$ единственный корень уравнения.

Ответ: 2.

3. Решить уравнение $x^2+4x+5 = \cos 4\pi x.$

Решение:

Рассмотрим функции $\int(x) = x^2+4x+5$ и $g(x) = \cos 4\pi x$.

Множество значений функции $\int(x) = (x+2)^2+1$ интервал $[1;+\infty)$.

Множество значений функции $g(x)=\cos 4\pi x$ отрезок $[-1;1]$.

Уравнение имеет решение только в том случае, когда каждая часть уравнения будет равна 1. $f(x)=1$ при $x = -2$. Проверим будет ли равно $g(x)=1$ при $x = -2$.

$g(-2) = \cos 4\pi\cdot(-2)=\cos(-8\pi)=\cos(8\pi)=1$, значит $x = -2$ – единственный корень уравнения.

Ответ: – 2.

4. Решить уравнение: $\sin(x^3+2x+1)=x^2+2x+3.$

Решение:

Рассмотрим функции $f(x)=\sin(x^3+2x^2+1)$ и $g(x)=x^2+2x+3=(x+1)^{22}+2$.

Множество значений функции $f(x)=\sin(x^3+2x^2+1)$ отрезок $[-1;1]$, а множество значений функции $g(x)=(x+1)^2+2$ интервал $[2;+\infty)$. Левая часть уравнения при всех значениях x не более 1, а правая – не меньше 2. Значит уравнение решения не имеет.

Ответ: решения нет.

5. Найти все значения p, при которых уравнение $5-3\cos x=p((1+tg^2x))$ имеет хотя бы один корень.

Решение: Учитывая, что $1+tg^2x=\dfrac{1}{\cos^2 x}$ получим $5-3\cos x=p\cdot\dfrac{1}{\cos^2 x}$, что равносильно системе: $\begin{cases}(5-3\cos x)\cdot\cos^2 x=p,\\ \cos^2 x\neq 0.\end{cases}$

Уравнение $(5-3\cos x)\cdot\cos^2 x=p$ имеет хотя бы одно решение, если число p принадлежит множеству значений функции $f(x)=(5-3\cos x)\cdot\cos^2 x$.

Найдем множество значений функции $f(x)=(5-3\cos x)\cdot\cos^2 x$.

$0\le\cos^2 x\le 1$

$-1\le\cos x\le 1$

$-3\le -3\cos x\le 3$

$2\le 5-3\cos x\le 8$

$0\le(5-3\cos x)\cdot\cos^2 x\le 8.$

Функция $f(x)=(5-3\cos x)\cdot\cos^2 x$ непрерывна, т.к. непрерывна функция $y=\cos x$ и значит принимает все значения от 0 до 8. $E(f)=[0;8]$. Но $\cos x\neq 0$, значит значение *p* – любое число из промежутка $(0;8]$.

Ответ: при $p\in(0;8]$ уравнение $5-3\cos x=p(1+tg^2x)$ имеет хотя бы один корень.

6. Решить уравнение: $4\sin\pi x=4x^2-4x+5$.

Решение:

Рассмотрим функции $f(x)=4\sin\pi x$ и $g(x)=4x^2-4x+5, g(x)=(2x-1)^2+4$.

Множество значений функции $f(x) = 4\sin\pi x$ отрезок $[-4;4]$, а множество значений функции $g(x) = (2x-1)^2 + 4$ интервал $[4;+\infty)$. Уравнение имеет решение тогда и только тогда, когда каждая часть уравнения равна 4.

$g(x) = 4$ при $x = 1$. Проверим выполнение условия $f(1) = 4$:

$f(1) = 4\sin\pi\cdot 1 = 4\sin\pi = 0$, не выполняется условие, значит x=1 не является корнем уравнения.

Ответ: корней нет.

7. При каких значениях а уравнение $a\left|x - x^3\right| - 1 = \cos x^2 - a\sqrt{x^2+4}$ имеет нечетное число корней.

Решение:

Выразим $a, a = \dfrac{\cos x^2 + 1}{\left|x - x^3\right| + \sqrt{x^2+4}}$. Рассмотрим функцию $a(x) = \dfrac{\cos x^2 + 1}{\left|x - x^3\right| + \sqrt{x^2+4}}$.

$D(a)$: $\left|x - x^3 \geq 0\right|$ при всех x; $\sqrt{x^2+4} \geq 2$ при всех значениях x

$\left|x - x^3\right| + \sqrt{x^2+4} \geq 2$ при всех значениях x.

$D(a) = R$; симметрична относительно начала отсчета.

$$a(-x) = \frac{\cos(-x)^2 + 1}{\left|-x-(-x)^3\right| + \sqrt{(-x)^2+4}} = \frac{\cos x^2 + 1}{\left|x - x^3\right| + \sqrt{x^2+4}} = a(x)$$.

Функция $a(x)$ четная, график симметричен относительно оси ОУ, значит нечетное число корней уравнения будет только в том случае, когда $x = 0$ является корнем уравнения.

$$a\cdot 0 - 1 = \cos 0^2 - a\sqrt{0+4}$$
$$-1 = 1 - 2a$$

Если $x = 0$, то $a = 1$

При $a = 1$ $x = 0$ является корнем уравнения и уравнение имеет нечетное число корней.

Ответ: при $a = 1$ уравнение $a\left|x - x^3\right| - 1 = \cos x^2 - a\sqrt{x^2+4}$ имеет нечетное число корней.

8. Найти все значения p, при которых уравнение $8\sin^3 x = p + 9\cos 2x$ не имеет корней

$$8\sin^3 x = p + 9\left(1 - 2\sin^2 x\right)$$
$$8\sin^3 x + 18\sin^2 x = p + 9$$
$$\sin^2 x(8\sin x + 18) = p + 9$$

Решение:
$$\sin^2 x = \frac{p+9}{8\sin x + 1\grave{}8}$$

Так как функция $y = \sin x$ ограничена и $|\sin x| \le 1$, а $0 \le \sin^2 x \le 1$. то уравнение не имеет корней если $\frac{p+9}{8\sin x + 18}$<0 или $\frac{p+9}{8\sin x + 18}$>1.

Из ограниченности функции $y = \sin x$ имеем $8\sin x + 18 \ge 10$, получим

$p + 9 < 0$

$p < -9$ или $p + 9 > 8\sin x + 18$.

Так как наибольшее значение правой части 26, то p+9>26 p>17.

Ответ: при $p \in (-\infty; -9) \cup ((17; +\infty))$ уравнение не имеет корней.

Литература.

1. Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учеб.для студ. учреждений сред. проф. образования / М.И. Башмаков. — М., 2016.

2.Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия (базовый и профильный уровни). 10-11. – М., 2012.

3. Смирнова И.М. Геометрия. 10 (11) кл. – М., 2010.

4. Шарыгин И.Ф. Геометрия (базовый уровень) 10—11 кл. М:–2012

Интернет-ресурсы:

1. http://www.exponenta.ru/educat/links/l_educ.asp#0 – Полезные ссылки на **сайты математической и образовательной направленности:** Учебные материалы, тесты
2. http://www.fxyz.ru/ - Интерактивный справочник формул и сведения по алгебре, тригонометрии, геометрии.
3. http://maths.yfa1.ru - Справочник содержит материал по математике (арифметика, алгебра, геометрия, тригонометрия).
4. allmatematika.ru - Основные формулы по алгебре и геометрии: тождественные преобразования, прогрессии, производная, стереометрия и проч.